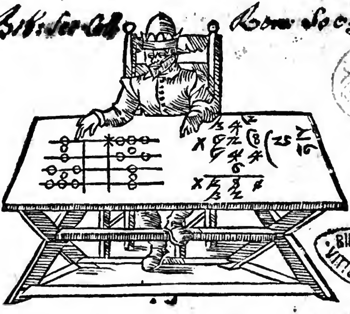
QUAESTIONES ARITHMETICÆ IN USUM GYMNASII ARGENTORATENSIS, COLLECTÆ PER

M. ISAACUM MALLEOLUM,
Mathematicum Profeſſorem.



BIBLIOTECA ROMA VITTORIO EMAN

ARGENTORATI,

Typis WILHELMI CHRISTIANI GLASERI.

M. DC. XXIX.

[illegible] [illegible]

Digitized by Google

PRÆFATIO IN ARITHMETICAM.

IUxta pythagoræ mentem cum duæ ſint veræ, puræque diſciplinæ mathematicæ, Arithmetica ſcilicet & Geometria; Arithmetica tamen cæteris omnibus, quæ mixtæ dicuntur, eo præſtantior, & quaſi prima eſt, quod ab illis nihil ſumit mutuum, ſed ſuis contenta dotibus, ſubſidium nullum, vel alienum non requirit: Illæ, quotquot ab aliis enumerantur, ab hac præſidia ſæpiſsime petunt.

Dicitur autem arithmetica prima, quia olim pueris tum Græcis, tum Romanis, primum fuit propoſita: unde & Elementa, veteres illam appellarunt. Antiquior quoq; eſt, utilior, & jucundior omnibus artibus. Hæc veros fontes philoſophiæ continet: hæc ad Theologiam, Juriſprudentiam, Medicinam, ad omnia deniq; in o

BIBLIOTECA NAZ. VITTORIO EMANUELE ROMA

omni vitæ genere negotia aptiores & prudentiores efficit. Unde Plato neminem in Academiam admiſit, niſi Geometriæ, & Arithmetices peritus, vel certe capax ejuſdem & idoneus auditor eſſet. Unde illud Academiæ veſtibulo inſcriptum, ὀυδὲις ἀγεωμέτρητος ἐισίτω, Nullus Geometriæ expers accedito.

Arithmetica, præterquam quod in numeris abſcondita quædam, & ſecretioribus philoſophiæ venis abſtruſa rimatur, communem etiam ſupputandi rationem mortales docet, quæ uſum in vita humana inſignem, imò neceſſarium habet. Etenim, ſi ſeceſſui quis, ſive foro ſeſe paret, ſi numerorum rationem non tenet, non ſine damno ſæpe ſuo, riſui ſeſe aliorum exponit, quod, qui ſupputantem, per dolum defraudabit, majorem ex decepti inertia, quam ex parto lucro per fraudem, voluptatem capiet.

Itaq;, vel negotio, vel otio ſe dedentibus, nihil magis neceſſarium erit, quam numerandi artem tenere promptam: præſertim, qui numerorum abdita penetrare volet, proportionibus in primis dignoſcendis, operam dare debet, quarum non ſolum in numeris, verum etiam in tota rerum natura, tanta vis eſt, ut ſine ea nihil, vel ad uſus hominum utile, vel ad aſpectus amœnum

reperiri poſsit, id quod, quocunque oculos tuleres, facile videas.

AEdes, quæ ad habitationem extruuntur, niſi laxitatem longitudini, atq; altitudini congruentem habeant, inamœna & incommoda, ab omnibus exiſtimantur: Si luminaria in his, vel anguſta ſunt, vel rara, carceris ſpeciem referunt, atq; adeo, niſi ſingulæ ædium partes, ſibi proportione reſpondeant, gratia eorum tota perit.

Pictorum vero ars tota, quæ ad hominum oblectationem inventa eſt, nihil præſtabit gratum, ſi in corpore depingendo, membra alia enormia, alia exilia, inter ſe non conſentiant, & riſum potius, quam voluptatem irritus labor pariet.

Qui militari diſciplinæ dant operam, & arma corporibus, & tela tormentis habilia quærunt, qui claſſem ædificant, armenta pro navium parant magnitudine: veſtimenta qui parant, ſic ea aptare ſtudent, ut corporum ſervent ſymmetriam: cætera itidem artificia univerſa, cognitionem proportionum poſtulant.

Quid Medici, qui pharmaca dant ægrotis an non eorum ſumma cura eſt, ut, poſtquam morbi vim, ſagaci ſolertia deprehenderunt, ſic calida frigidis, ſic humida ſiccis miſceant: ut ægri corporis temperamento, conveniant: id quod ignoratis proportionibus, fieri nequaquam poteſt.

DEUS deniq; Opt: Max. Opifex omnium, & Mundi fabricæ, rebusq; univerſis in ea creatis, eam formam dedit, ut cuncta inter ſe ſymmetriam tenerent: id quod in ſingulis cernere licet, ſive cœlum, ſive terram ſpectes, ideoq; & ſacræ literæ teſtantur, omnipotentem omnia MENSURA, NUMERO, & PONDERE diſpoſuiſſe, quibus in rebus maximè, omnis proportionum vis eminet: tantum de nobilitate Arithmeticæ.

CAPUT PRIMUM.

Continet, Arithmeticæ partitionem, definitionem, differentiam, ſubjectum, numeri diſtinctionem, eorumq; ſeriem, & continuationem, per gradus & periodos.

Doctrina Arithmetica, quot partibus abſolvitur?

PRo captu Tyronum, diſtinguitur in tria ſegmenta, quorum primum con-

continet Arithmeticam ſimplicem, quæ abſolvitur additione, ſubductione, multiplicatione, & diviſione, quatuor Arithmeticæ ſpeciebus.

Alterum, explicat doctrinam minutiarum, ſive numeri fracti, ſingulasq; ejus ſpecies, exemplis declarat : præterea de numero, pari & impari, de primo & compoſito, numerisq; inter ſe primis, & compoſitis, de maximo deniq; communi diviſore, & minimo communi dividuo, quæſtiones movet.

Tertium, Tractat Arithmeticam comparativam, quæ exponit proportionum genera, & varias ejus ſpecies, nec non numerorum rationes, & proportiones per auream regulam exemplis illuſtrat.

Quæ eſt definitio Arithmeticæ ?

Eſt ars bene numerandi, alio nomine Logiſtica dicitur : utrumque Græcum eſt, ἀριθμητικὴ & λογιστικὴ: illud ab ἀριθμέω hoc eſt numero, hoc, à λογίζομαι id eſt, ſupputo, vel rationem ſubduco.

Quid numerandi vocabulum hoc loco ſignificat ?

Significat, non tantum numeratio-

nem quandam numerorum ut , unum duo,tria,&c. ſed in genere, omnem numerationem , ſive addendo perficiatur, ſive ſubducendo,ſive multiplicando , ſive dividendo,ſive deniq;, ratione alia & proportiones comparando.

Quotuplex eſt Arithmetica ſive ars numerandi?

Duplex, Alia abſtracta, concreta alia. Abſtracta , in genere omnem numerum abſolute, hoc eſt abſtractè,ſine ullo ſubjecto , ſed ſolo intellectu conſiderat, ut quatuor,quinq;,ſex &c.

Quid Arithmetica concreta?

Concreta,quæ aliâs Logiſtica dicitur, numeros conſiderat concretè, in certo aliquo ſubjecto , denominatos à re aliqua,ut Unus DEUS, Duo Sacramenta, Tres Divinitatis perſonæ,quatuor evangeliſtæ,quinque libri Moiſis, Sex hydræ poſitæ,&c.

Quæ differentia utriusq; Arithmeticæ?

Abſtracta Arithmetica,difficilior eſt, concreta cognitu facilior,unde Logiſti-

ca, dicitur contemplatio rerum numeratarum, non ipſa numerorum doctrina: ideoque illa ſine priori intelligi non poteſt. Differunt itaque quatuor modis.

. Primo Arithmetica ſuperior eſt, ipſamque numerandi artem profitetur, & omnes ejuſdem ſpecies comprehendit: Logiſtica, inferior eſt, & numerorum doctrinam non continet; ſed eſt nuda tantum rerum numeratarum contemplatio, ideoq; Arithmopraxia vocatur, die Wälſch practic.

Deinde Arithmeticæ principium eſt unum, ſive unitas à rebus abſtracta. Logiſticæ unum, inhæret rebus phyſicis, eſtque ſemper in certo aliquo ſubjecto.

Tertio, Arithmeticæ ſubjectum eſt multitudo, ſive numerus: Logiſticæ ſubjectum, eſt numeratum.

Finis denique Arithmeticæ, eſt contemplatio numerorum. Logiſticæ finis, eſt numerorū operatio, praxis ſeu calculatio. Differunt itaq;, ut genus & ſpecies. Arithmetica enim genus eſt, Logiſtica

ſpecies , vel ut ſcientiæ ſubalternæ & ſubalternatæ. Arithmetica enim, ſubalternans eſt, & ſuperor, Logiſtica, ſubalternata, & inferior.

Quodnam Arithmeticæ ſubjectum?

Multitudo, ſive numerus, is enim ad bene numerandum proponitur.

Ergo unitas, quia numerus non eſt, excluditur?

Nequaquam: & ſi unitas numerus non ſit, eſt tamen minima, & prima multitudinis pars, ſive terminus, imo principium & quaſi materia prima numeri. Quemadmodum enim in Geometria, punctum ſe habet ad magnitudinem, cum non ſit magnitudo, ſed ejus tantum pars, ſive extremitas: Sic in Arithmetica, unum ſive unitas ſe habet ad numeros: Atqui in Geometria, ex fluxu puncti in longum deſcribitur & procreatur linea hoc eſt magnitudo, Ergo in Arithmetica, ex unitatibus aggregatis & coaceruatis efficitur numerus.

Quomodo multitudo hic conſideratur?

Per abſtractionem, nempe in intelle-

ctu

ctu,ab omni ſubjecto ſeparata, in uſu tamen cuivis ſubjecto attribui poteſt: Itaq; artis explicandæ cauſa adhibentur exempla, in quibus multitudo prædicatur de ſubjecto aliquo, ſcilicet de Deo, de Angelis, hominibus, deq; ponderibus, Menſuris, numiſmatibus, partibusq; temporis, & de omnibus omnino rebus numeratis.

Quid eſt multitudo?

Eſt quantitas, quarum alia diſcreta, cujus affectiones nunc examinabimus: Alia continua, de qua in Geometria.

Quid eſt diſcretum?

Cujus partes terminis inter ſe diſcernuntur, ut Decem, ſunt multitudo, ſive quantitas diſcreta, quia ſingulæ ejus partes, ita à ſe invicem diſcernuntur, ut prior à poſteriore ſeparata cernatur, ſive ſingulis unitatibus tota multitudo propoſita dividatur, ſive partibus tantum duabus, in 5 & 5. vel in 7 & 3. In 6 & 4. ſive partibus tribus 4. 3. & 3.

Quid eſt terminus?

Eſt multitudinis pars extrema, nempe unitas,

unitas, diciturq; alia prima, alia ultima: prima pars, eſt principium multitudinis, non ipſa multitudo: ultima pars, eſt ultima, univerſas antecedentes numerans. Et ab eo effectu, numeratione ſcilicet, numerus dicitur ἀριθμὸς, ut in denario, talis ordo partium eſt, ut decima pars, univerſam multitudinem earum terminet atque enumeret.

Quis effectus ultimi termini, in quantitate diſcreta?

Eſt, comprehendere, & enumerare, univerſas multitudinis partes integrantes multitudinem datam, hoc eſt, quantitatem diſcretam: quare unitas ſe ipſa terminatur, & ſe ipſam numerat.

Quæ eſt definitio numeri?

Definitur, quod ſit multitudo, ex unitatibus collecta unde manifeſtum eſt, unitatem non eſſe numerum: ſiquidem ex untatibus collecta non eſt.

Numerus aliâs dicitur eſſe, ſecundum quem unumquodque numeratur, ut ſecundum unitatem unium, ſecundum binarium duo, ternarium tria & ſic conſequenter.

Eſt

Eſt ne numerus finitus?

Omnis numerus actu finitus eſt, & terminatus termino nimirum primo & ultimo, poteſt autem in infinitum continuari, additione ſcilicet unitatis: dividi autem, & minui non poteſt. Eſt enim unitas ἀδιαίρετος indiviſibilis. Contra magnitudo in infinitum augeri non poteſt, ſed dividi, mundo enim nihil majus eſt.

Quæ eſt diviſio numeri?

Numerus variè dividitur: alius enim unitatis eſt, quem grammatici vocant ſingularem, eſtq; minimus: alius multitudinis quem vocant pluralem. Maximus autem, quo major dari nequit, nullus eſt, ſiquidem additione unitatis, in infinitum creſcere poteſt.

Deinde numerus alius eſt planus, alius quadratus, alius ſolidus, ſive cubicus; Rationalis, vel irrationalis ſive ſurdus alius, alius primus vel compoſitus, par vel impar, pariter & impariter par, de quibus affectionibus infra.

Series

Series numerorum quomodo Continuatur?

Gradibus,atq; periodis, à minimo ſcilicet ad maximum : ut unum,duo, tria, viginti,triginta quadraginta. Centum, ducenta trecenta.Mille,bis mille,termille: Et ſic continuatio eſt numeri.Enunciatio contrario modo ſe habet eſtq; à maximo ad minimum.

Quæ notatio numeri in Abacum?

Maximus quisq; ſiniſtrorſum eſt, minimus dextrorſum, intermedii, loca intermedia occupant, verbi gratia, in enunciatione Annorum Domini 1628. Millenarius ad ſiniſtram præcedit, centenarius ſequitur,inde denarius, deniq; minimus,ſive unitatis numerus octonarius,quartum occupat locũ ad dextram.

Quid eſt gradus?

Eſt comprehenſio numeri infra denarium,itaque numerorum notæ, novem tantum ſunt,quibus additur circulus O, quem zyphram, vel nullam nuncupant, eſtq; nota privationis, nullius numer quia

quia per ſe nihil ſignificat, auget tamen ſignificationem, & valorem numerorum: ideoq; additur vel in medio, vel in fine, ab initio nunquam.

Quomodo diſtinguuntur gradus?

Gradus, quorum tres ſunt, ſuis diſtinguuntur locis, primus, eſt numerorum unitatum, ultimum ſive dextrum locum obtinet, ut ſunt novem primarii numeri, qui aliis digiti appellantur. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. Secundus numerorum eſt denariorum, penultimum ſive medium locum in abaco tenet, hunc alii articulum appellant, ut ſunt 10. 20. 30. 40. 50. 60. 70. 80. 90.

Tertius, centenariorum numerorum eſt, antepenultimum locum occupat, ut ſunt, 100. 200. 300. 400. 500. 600. 700. 800. 900. ab aliis nuncupantur compoſiti numeri.

Quid eſt periodus?

Eſt comprehenſio graduum, ſummum ternorum. periodi aliàs multæ, imo infinitæ eſſe poſſunt: in uſu tamen, & enumeratione, rarò ad quartam pervenitur.

Quomo-

Quomodo periodi diſtinguuntur?

Periodorum fines,diſtinguuntur ſemicircello,ſive puncto,vel lineola transverſa : hoc modo

Prima periodus eſt numeri infra mille, nempe ab unitate,usq; ad 999. Secunda numerorum millenariorum, qui numerantur ſuis quoq; gradibus,Sic

Primo gradu, 1,000.2,000.3,000 &c.

Secundo gradu, 10,000.20,000.30, 000 &c.

Tertio gradu,100, 000.200,000,3000, 000.

Tertia periodus, eſt millenorum millium,enumeranturq; gradibus ſic.primo gradu milies mille,1,000.000,bis millies mille 2,000,000. ter millies mille 3,000, 000. Secundo gradu,decies millies mille 10,000,000. vigeſies millies mille 20, 000,000. Tertio gradu, centies millies mille,100,000,000. Ducenties millies mille 200, 000,000 Trecenties millies mille,300, 000,000.

Quarta periodus, eſt millies millenorum millium,enumerantur gradibus ſic. Primo gradu , millies millena millia

1,000,000,000. Bismillies millena millia 2,000,000,000 Ter millies millena millia,3,000,000,000. Secundo gradu Decies millies, millena millia, 10,000,000. Viceſies millies,millena millia,20,000,000,000. Tertio gradu Centies millies, millena millia. 100,000,000,000. Ducenties millies, millena millia. 200,000,000,000. Deniq; compoſitis periodorum gradibus,hoc modo.

Centies vicies millies, millena millia, quadringenties quinquagies ſexies millena millia, ſeptingenta octoginta novem millia, octingenta ſeptuaginta ſex. 120,456,789,876. Exempla quintæ periodi, millies millena millia millies, vel millies millena millenorum millia. 1,000,000,000,000. Bismillies millena millia millies. 2,000,000,000,000. Decies millies millena millia millia.10,000,000,000. Centies millies millena millia millia. 100,000,000,000,000. Et compoſitis periodorum gradibus ſic.

Millies millena millia millies: Ducenties tricies quater millies millena millena, quingentius ſexagies ſepties

millena millia, Octingenta nonaginta millia, centum viginti tria. 1, 234, 567, 890, 123.

Typus Præcedentium.

Millenorum Millium. Et Quarta periodus, eſt numerorum Millies millienorũ milliũ Tertia.	Numerorum Millenariorum. Periodorum. Secunda.	Numeri. Infra Mille. Prima.
1 2 3,	4 5 6,	7 8 9.
		Gradus
Unitatis. 1, 000, 000	Unitatis. 1,000	Primus. Unitatis 1.
Denariorum 10, 000, 000	Denariorum 10, 000	Secundus Denariorum. 10
Centenariorum 100,000,000	Centenariorum 100,000	Tertius, Centenariorum. 100

1 2 3, 4 5 6, 7 8 9, 7 8 9.

Caput Secundum.

De affectionibus ſimplicis numerationis, Additione, & Subductione.

Arithmeticæ abſtractæ partes quot ſunt?

DUæ, Numeratio ſimplex, & Comparativa: ſimplex, ſimplicem numeri naturam conſiderat: etſi enim in multiplicatione ſit comparatio quædam terminorum, nempe unitatis ad multiplicantem, & multiplicandi ad factum: & in diviſione comparatio unitatis ad Diviſorem, & quoti ad dividendum: ipſo tamen in opere, ſimplex tantum numeratio eſt binorum terminorum, ut pote in multiplicatione, compendioſa quædam ſeu conjuncta additio: in diviſione compendiaria quædam, ſeu multiplex ſubductio: ſola enim duorum terminorum multiplicatione, numeri multiplicandi, & multiplicantis, vel numeri dividendi, & diviſoris, quæſtio explicatur: ut

	{ Multiplicandus.	8	
	{ Multiplicans	3	
Factus	— — — — —	24.	
Sic	{ Dividendus	24	(3. Quotus.
	{ Diviſor	8	

Quæ affectio eſt ſimplicis numerationis?

Numeratio ſimplex, è duobus numeris oblatis, tertium invenit: Deinde, niſi ſimul numeratio expediri poſſit, inductione partium utitur: Tertio, in inductione quælibet nota tanquam ſolitaria ſpectatur, & numeratur. Deniq;, nota, ſeu figura, ſequenti numerationi ſerviens, mente reſervatur, ad effugiendum crebrioris lituræ tædium.

Simplex numeratio quotuplex?

Duplex, alia prima ſeu ſimplex, ut Additio, & Subductio: alia conjuncta ſeu compoſita, ut Multiplicatio & Diviſio.

Quid eſt additio?

Additio, eſt numeratio prima, quæ numerum addit numero, & invenit totum

Quæ.

Quæ terminorum diſpoſitio?

Gradus ſimiles, ſub ſimilibus perpendiculariter diſponit: lineaq; transverſa, ab aggregato ſive ſumma diſtinguit, quam infra eandem notat.

Quæ ratio additionis?

Similes gradus addit inductione, initio facto, à minimo gradu à dextris, ad maximum, à ſiniſtris.

Exemplum.

A condito Mundo ad diluvium ſunt Anni. 1656

A diluvio ad captam Trojam ſunt Anni 1123.

A capta Troja, ad conditam Romam ſunt. 432

Hinc ad Natum Chriſtum Salvatorem ſunt. 751. Ergo

Summa à condito mundo ad natum Chriſtum. 3962.

Aliud.

Adam primus homo genuit Seth Anno ætatis ſuæ. 130.

Seth genuit Enos, Anno ætatis	105.
Enos Anno ætatis genuit Kenan	90
Kenan Anno ætatis	70.
Mahaleelem. hic Anno ætatis	65
Jared. hic	162
Henoch. hic	65.
Methuſalem. hic	187
Lamech hic Noam	182
Hic ingreditur arcam Anno ætatis	600

Summa annorum, à creatione Adami, ad diluvium. 1656.

De Subductione.

Quid eſt Subductio?

Eſt numeratio prima, quæ numerum ſubducit numero, ſeu partem toti, & invenit reliquum.

Quæ terminorum diſpoſitio?

Eadem, quæ additionis, gradus ſimiles, ſubſimilibus diſponit: Subducendam partem infra totum, reliquam infra ſubducendum, interdum ſupra totum, ut in diviſione.

Sic

Sic { Totum. 987
SDS. 555.

Reſiduum. 432

Itaq; in omni Subductione tres termini reperiuntur, Totum, Subducendus, Reſiduum, ſive reliquum, hoc eſt, numerus; major, minor, reliquus.

Quæ ratio eſt Subductionis?

Alii in abaco ſubductionis, procedunt à ſiniſtris ad dextram, reliquum notant ſupra totum: Alii à dextra ad ſiniſtram progrediuntur, reſiduum notant infra totum.

Quod ſi nota Subducenda major eſt toto, quid hic faciendum?

Si numerus, ſeu nota quæpiam non poſſit ſubduci de toto, ſive nota totius, tum è præcedente reliquo, unum mente reſervatur, quæ notam totius, auget denario, tandem ab aucta illa nota partis ſubducitur: ideoq; nota partis, non ante ſubducitur, quàm proviſum eſt, poſſent

ne ſequentes partes ſubduci à ſuis totis.

Exemplum.

A creato Adamo, ad initium diluvii Anni ſunt. 1656.
Adam moritur, Anno ætatis 930

Ergo, Anni à morte Adami ad diluvium reliqui ſunt. 726.
Aliud: A condito mundo labitur nunc Annus 5599
A Nativitate Chriſti agitur nunc Annus. 1629

Ergo Chriſtus filius Dei, natus eſt Anno Mundi 3670.

Aliud, in quo additionis, & ſubductionis uſus apparet Tyronibus.

Simo chremeti			
debet	fl 345.	Chremes	687
porro	fl 456.	Simoni	295
porro	fl 567.	debet. fl	269
Summa	1368.	Summa,	1251.
		117.	

Ex

Ex collatione utriusq; ſummæ, & ſubductione minoris de majore, conſtat Simoni reſtare fl 117.

Plura alia exempla, Docentes diſcipulis proponant.

Juſta exempli operatio, probatur Additione, vel Subductione. Additione, quando reſiduum, numero ſubtrahendo additur, componitur numerus propoſitus totus. Sic

Numerus propoſitus totus.	fl 1368
Numerus ſubtrahendus	fl 1251
Reſiduum.	fl 117
	1368.

Subtractatione, Quando Reſiduum, Subtrahitur de Toto. Reliquum dat numerum ſubtrahendum nquam partem totius. Sic

Numerus Totus	1368
Numerus Subtrahendus	1251
Reſiduum	117
Subtrahendus.	1251

Caput Tertium.

Hactenus, de numeratione prima, ſive ſimplici additione, & ſubductione, ſequitur conjuncta: Multiplicatio, & Diviſio.

Quid ea eſt?

COnjuncta numeratio eſt, quæ numerum toties numerat, quoties in altero proponitur: Eſtq; duplex, Multiplicatio, vel Diviſio.

Quid eſt Multiplicatio?

Eſt numeratio, conjuncta, qua Multiplicandus toties additur ſive componitur, quoties unitas in multiplicante continetur, & habetur quotus.

Exemplum.

Sit Multiplicandus 8. Multiplicans 3. Iam in multiplicante numero, cōtinentur unitates tres quapropter Multiplican-

candus, ter ſibi additur & habetur numerus tertius, factus ſcilicet, ſive productus 24.

Quomodo Friſius multiplicationem deſcribit?

Friſio, multiplicare, eſt ex ductu unius numeri in alterum, numerum producere, qui toties multiplicandum continet, quoties numerus multiplicans, ix pſam unitatem. ut ſit Mds 9. Ms 8. Es ductu itaq; unius in alterum, exit tertiu. ſcilicet multiplicatus vel numerus productus. 72.

Ms enim 8, quia unitatem octies continet, omninò numerus productus, multiplicandum toties continebit hac anal logia. ut 8. ad 1. ſic 72 ad 9. vel inverſè, ut ad 8 ſic 9 ad 72. Quare multiplicatio nil aliud eſſe dicitur, quam compendioſa additio: additio enim quemadmodum ſins gulos addendos notat, ut ſi quaternariu: ter ſit notandus, ter notatur in Abacum-ſic multiplicatio, omnes addendos uno termino comprehendit & notat, qui multiplicandus dicitur. Verbi gratia, ſit octona-

octonarius ter addendus, pono octo, numerum ſcilicet multiplicandum, huic ſubſcribo tria, multiplicantem: factus inde eſt 24. ergo ter octona, vel octies terna producunt 24

3 —— 8 —— 24.

In uſu multiplicationis quid ſpectandum?

Videndum, uter datorum terminorum ſit Multiplicandus, quia res numeri facti, & numeri multiplicandi, ſunt homo geneæ. ut ſi multiplicandi ſint floreni, factus erit florenorum, ſi libræ, factus erit librarum: ſi amphoræ vini, factus inde numerus, erit amphorarum vini, idem de reliquis ſentiendum.

Multiplicand.	Multiplic.	Factus
3 fl	4	12 fl
4 ℔	5	20 ℔.

Amphor. Vini 5 — 7 — 35 Amphoræ Vini.

Quid requiritur ad facilem multiplicationem?

Scientia multiplicationis numerorum unitatum, quæ deſcripta eſt in Abaco Pythagorico, vulgo das Einmal eins. Sic

Voca-

Digitized by Google

Vocatur, quia Pythagoras Philoſophus primus eundem invenit, ſuosq; diſcipulos in eo ſtrenuè exercuit, ad quem Tyrones remittimus.

Eſt ne alia multiplicandi ratio?

Eſt, ſi enim majorum notarum aliqua fuerit difficilior incipientibus, licebit per partes numerare, addendo ſcilicet vel Subducendo. ut ſi incipientibus fuerit difficile multiplicare octies novena 8—9. addant primo quater novena fa. 36. hanc ſummam poſtea ſibi ipſi addant, h. e. dimidium quæſiti. Dimidio, exibit inde totum ſcilicet 72. Sic

9
9
9
9
36
36
72

Hoc multiplicandi modo utuntur, qui practicè multiplicant, ut vulgus loquitur, & compendia multiplicationis ignorant.

Quæ diſpoſitio eſt numerorum in Abacum?

Major, commodius ſupernè collocatur, & omnino partes, ſive notæ ſimiles, ſub ſimilibus, Factusque inde numerus, ſub multiplicante, interjecta linea. Sic

```
 1564
   65
------
 7820
9384
------
101660
```

Si plures multiplicans notas habet, quid tùm faciendum?

Multiplicantis tum ſequentis numeri facti, infra priores factos diſponuntur, eo ordine, ut nota facti, tot locis diſtet à nota multiplicata, quot multiplicandus à primo.

Qua ratione hoc perficitur?

Si cuiq; multiplicanti, ſuus primus factus, h.e. numerus productus, directè ſubſcribitur, deinde ſecundus in ſecundum, tertius in tertium locum, & cæteri in cætera loca.

Multiplicatio quomodo inſtituitur?

Siniſtrorſum, ut additio, fitq; gradatim per ſingulas multiplicantis notas, incipiendo à primo gradu, per ſecundum, per tertium, & ſequentes ſingulos.

Nume-

Numeri in 0 deſinentes quomodo multiplicantur?

Compendio hoc modo, numeri primo numeris legitimè ſubnotantur, deinde juxta præcepta multiplicantur invicem. Tertio numero producto totidem circuli apponuntur, quot fuerunt propoſiti. ut 600, multiplicata per 70 h.e. 6 ducta in 7 fa. 42, huic facto addo circulos tres, ſumma ſive numerus productus habebit. 42000.

In uſu multiplicationis quid maxime ſpectandum eſt?

Notandum, in omni multiplicationis judicio, quatuor terminos in comparationem eſſe propoſitos. Et binorum comparationem eſſe ſemper æqualem, reliquorum binorum, nempe, qualis eſt comparatio unitatis ad multiplicantem, talis omnino eſt, multiplicandi ad Factum. h. e. quoties unitas continetur in multiplicante, toties Multiplicandus in numero facto. Ut 1 ad 8, ſic 8 ad 64.

MDS MS.

De

De clara uſum multiplicatiois exemplis?

Cum multiplicatio,in quatuor verſetur terminis, ut modo expoſitum eſt, ex quatuor illis, tres noti ſunt, quippe duo dantur, & unitas ubiq; præponitur, vel ſubintelligitur. Et bini numerant res homogeneas, faciuntq; alteram comparationis partem, partes autem ipſæ comparationis, reſpectunt ipſarum rerum, ſunt heterogenæ. Homogenei termini ſunt. 1 & Ms. hoc eſt, unitas & Multiplicans, in priore comparationis parte. Mds & F. h.e. multiplicandus & factus in poſteriore; ſolent autem alternè vulgo proponi, itaque commodiſſime ſic diſponunt in abacum.

Exemplum.

1. Ulna emitur fl 3. Ergo.

4 Ulnæ emuntur fl 12. hic 1 & Ms numerant ulnas, Md s. & F numerant florenos, & fl 3, quater multiplicati fa. fl 12, qui ternos florenos quater continent, quoties nimirum Ms, unitatem.

II. Exem-

II. Exemplum.

Si quæratur quis florenorum numerus ſit, militum nongentorum duodecim ſtipendio menſtruo, cum ſingulis attribuantur aurei quatuor, id aſſequar h. modo. Militum numerus ſit MDS. Aurei 4 Ms, itaq; ex ductu utriuſq;, producuntur aurei 3648.

III. Exemplum.

Principi cuidam *ſtipendiantur* pedites 876, ſinguli quinis florenis in menſem; quanta eſt ſumma ſtipendiorum uno menſe, & quanta novem menſibus?

In hoc exemplo, gemina quæſtio eſt, ideoque gemina multiplicatio: in prima quæſtione, 1 & 876, numerant pedites hoc ratiocinio, unus pedes accipit aureos quinq;. Ergo pedites 876 accipient 4380.

In Secunda quæſtione 1 & 9. numerant menſes hoc modo: Unus menſis facit aureos 4380. Ergo 9 menſes facient 39,420, triginta novem millia aureorum, quadringentos viginti.

Plura alia exempla, à domeſticis præſcribantur Tyronibus, quod admonuiſſe hoc loco ſufficiat.

Multiplicatione abſoluta dic breviter, quid ſit Duplicatio, quid Mediatio?

Duplicare, nil aliud eſt, quam per duo Multiplicare: Mediare verò, per duo partiri. 4 per 2 fa. 8, 8 diviſa per duo faciunt 4. &c. In Minutiarum tamen doctrina, ratio longe alia eſt In duplicatione enim aut numerator duplicatur, aut denominator mediatur. ut $\frac{3}{4}$ faciunt $\frac{6}{4}$ hoc eſt $1\frac{1}{2}$ per reductionem. vel $\frac{3}{4}$ faciunt. $\frac{3}{2}$ id eſt $1\frac{1}{2}$

Sic

In Mediatione contrarium obſervatur. vel enim numerator mediatur, vel denominator duplicatur. Sic $\frac{4}{5}$ fa. $\frac{2}{5}$ vel $\frac{4}{5}$ faciunt $\frac{4}{10}$ id eſt $\frac{2}{5}$ poſt reductionem terminorum &c.

CAPUT

Caput Quartum.

Tantum de numeratione conjuncta ſeu compoſita,

Multiplicatione ſequitur de altera, Diviſione quid ea eſt?

Diviſio, eſt numeratio conjuncta, quâ Diviſor toties ſubducitur à Dividendo, quoties in eo continetur, & habetur Quotus Unde manifeſtum, diviſionem eſſe compendioſam Subductionem.

Quæ ratio eſt Quoti?

Quotus, qui ratione rerum numeratarum ſic dicitur, homo geneus ſemper eſt dividendo, ratione nimirum quotæ partis de dividendo cognominis diviſori.

Quemadmodum id Euclides l. 7. p. 39. ita demonſtrat. Si numerum quiſpiam numerus metiatur, menſus partem habebit metiendi cognominem. verbi gratia, ſi dividas 12 fl. per 2, quotus erit florenorum 6, homogeneus dividendo. Si

dividendus eſt librarum æris, Quotus erit librarum æris.

Declara aliquo exemplo, diviſionem eſſe compendioſam Subductionem?

Subductio, omnes terminos ſubducendos ſigillatim ſubducit, ut ſi 8 eſſent Subducendi de 40, prima tum Subductio, relinquet 32. Secunda Subductio, relinquet 24. Tertia 16. Quarta 8, poſtrema nihil relinquet.

Diviſio autem compendiò, ſubducendum ſive diviſorem, à Dividendo conjunctè, ſive cumulate, atq; ſimul ſubducit: ut in propoſito exemplo, Diviſorem 8, ſimul quinquies de 40 ſubducit, quia toties in eo continetur: quinquies namq; octona faciũt 40 Itaq; Diviſio, omnino reſpondet Multiplicationi, ſed inverſa ratione, quemadmodũ enim in Multiplicatione ſupra, unitas ſe habuit ad Multiplicantem, & Multiplicandus ad Factum, ſic contraria via, Dividendus ad Diviſorem, & Quotus ad unitatem ſe habet. Quoties enim dividendus, diviſorẽ continet, toties, Quotus unum Itaque contra-

contraria ratio eſt, quia in multiplicatio-ne progredimur ab unitate ad multiplicantem, deinde à multiplicando ad factum: in Indiviſione vero, progredimur à dividendo ad diviſorem, deinde à Quoto ad unitatem.

Quot termini in Diviſione obſervandi ſunt?

Tres occurrunt in omni diviſione nondum ſc: abſoluta Dividendus, Diviſor & Quotus.
Aliàs quatuor, Ds. Dr. Quotus. unitas.
Horum terminorum ratio ſic eſt, & diſpoſitio in Abacum. ut

Diviſoris nota prima ſiniſtra, notetur ſub primam ſiniſtram dividendi notam majorem, ceteræ ſub cæteras, ſiquidem prima diviſoris nota minor ſit prima dividendi: ſed ſi major, tum prima, ſub ſecundam, & reliquæ ſub reliquas ſcribuntur, Quotus porro ad latus dividendi dextrum, ab eoq; ſeparatur ſemicirculo, vel linea tranverſa deſcendente.

Quid præterea obſervandum eſt in diviſione?

Quatuor maximè, primum, ut unitas

non multiplicat,ſic quoque non dividit, neque dividitur, reſpectu nimirum ſui ipſius, ſed reſpectu numerati integri, & partium integri.

Deinde diviſor deſinens in circulum, vel circulos, notat omnes, ſub ultimas dividendi notas, eosq; unà cum notis dividendis, linea à prioribus ſecernit: poſtea Diviſionem per numeri reliquas notas pro more abſolvit.

Exempla.

Ds	50	0 * 80	6 * 1629	64
Dr	3	3	0 4	00.

Tertio ſi contingat, diviſorem eſſe majorem dividendo: tum ad quotum notabitur circulus, & diviſor promovebitur.

Quartum eſt, quod omnes diviſoris notæ æqualiter ſubducendæ ſint à dividendo numero: Itaq; ſi diviſor plures habet notas, prima, toties ſubtrahitur, quoties cæterarum ſingulæ ſimul poterunt.

Quot modis diviſio perficitur?

Duobus maximè, vel per Inductionem: vel

vel modo vulgari. Per inductionem, duabus quaſi partibus abſolvitur. prima eſt conjectura de Quoto, quoties ſcilicet Diviſor ſubduci poſſit à dividendo. & ſimul annotatio quoti, ſuum in locum.

Conjectura quomodo fit?

Per multiplicationem diviſoris, & quoti Multiplicatio notam quoti cogitatione, ſeu mente (non ſcriptura) transfert ſub diviſorem, factumq; notat infra Diviſorem, linea tamē longe infra interjecta, ut locus eſſe poſſit Diviſori, promovendo, ad ſingulas inductiones.

Secunda pars, eſt Subductio, eaq; notas delet, inducendo lineas tranſverſas ſic 234. promotio diviſoris idem facit in notis antecedentis inductionis.

Membra inductionis quomodo fiunt?

Promotione diviſoris. Si enim omnes ejus notæ, in proxima loca promoveantur, quoto tot naſcentur notæ, quot inductionis membra fuerint. tantum de modo diviſionis, per inductionem.

Quis vulgaris eſt modus Diviſionis?

Uulgaris diviſio, invento Quoto, ſin-

gulas Diviſoris notas multiplicat dextrorſum, à ſiniſtra ad dextram, ſingularum poſtea multiplicationum numeros factos memoriæ mandat, & de dividendis notis ſubducit Et •

Hæc ratio Dividendi, commodè uſurpatur ab exercitatis Logiſtis, ſed iis potiſſimum exemplis quorum Diviſor paucas habet notas. Quia vero prior dividendi modus tyronibus utilior eſt, & exercitatis tutior ab errore, maximè in prolixis diviſionibus Aſtronomicis, diſcentes ad priorem remittimus.

Quis uſus diviſionis?

Ex diviſionis definitione conſtat, in omni diviſione abſoluta, quatuor terminos in ejuſmodi comparatione eſſe, ut Diviſoris & unitatis comparatio, omninò ſimilis ſit comparationi Dividendi & Quoti. Hoc eſt, quoties diviſor continet unitatem, toties dividendus ſuum Quotum: vel contra. Comparatio diviſoris & dividendi, ſit comparatio 1 & Q.

Dr	1.	Ds.	Q.
Dr.	Ds.	1	Q.

Vel

Vel ſic directè, atq; Alterne.

DR 1 Ds. Q.

Uſum diviſionis illuſtra exemplis.

I. Exemplum.

Emptus eſt pannus 4 ulnarum, florenis 12, quanti una ulna.

ul	fl	ul
4	12	1

In hoc exemplo 4 & 1 numerant ulnas, tertius numerus florenorum 12, eſt dividendus ad dextram, dat quotum tria: quia toties Ds quotum continet, quoties DR unitatem. Atqui DR 4, unitatem quater continet, igitur & Ds, quater Quotum. Sic.

DR ul. 4. fl 12 ul. 1.

12

4 3 Q.

Vel ſic

DR		
Ul.	fl	ul.
4	12	1
	12 (3 Quotus.	
	4	

II. Exemplum.

Militibus 876 per ſoluuntur ſtipendia 4380 fl, quot fl debentur uni.

Mi	fl	Mi
876	4380	1

In hoc exemplo, homogenea ſunt Milites 876 & 1, terminus tertius fl 4380 Dividendus. Qui dat homogenenum Quotium 5 fl. Qui toties continetur in dividendo, quoties unum in Diviſore 876.

4380.

	Mi	fl	Mi
DR.	876	4380	1
		Ds	4380
			876(5 Quotus.

III. Exemplum.

Imperator exercitum habet peditum 5040, cumque vult diſtribuere in ſeries 105, quot pedites in ſeriem unam venient?

In hoc exemplo 105 & 1 inter ſe comparantur, Itaq; Dividendus 5040 per diviſorem 105, dabit Quotum militum 48 unius

unius ſeriei , Qui toties continentur in dividendo,quoties 1 in diviſore 105.

ped	ſeri	ped
Dr. 105	1	5040

Ds 5040 (48. Quotus, una ſeries.
Dr 105

Etenim 1 continetur in Diviſore 105. igitur & Quotus 48,in Dividendo 5040 toties continebitur: In Abaco ſic eſt.

5040 (105.
48

Aliud

Tectum habet tegulas 5175 in univerſum , Altitudo autem per totam tecti longitudinem tegulas habet 15. quot tota longitudo , h. e. quoties hæc altitudo in tota longitudine continetur?

Teg	Locus	Teg
15	1	5175.

In

In hoc exemplo 15 & 1, ſunt in eadem comparatione Itaq; Dividendus 5175 per diviſorem 15, dabit Quotum, tegulas ſcilicet 345. quæ toties continentur in Do, quoties 1 in 15.

Teg.		
DR.	Long.	Teg.
15.	1	5175

5175 (345 Quotus.
15

Nam 1 continetur in DRE 15. ergo Quotus 345 in dividendo toties continebitur.

5175 (15
345

Plura alia Tyronibus exempla hoc loco proponantur, quo exercitatiores ad inſequentia progrediantur.

Tan-

CAPUT QUINTUM.

De numero pari, & impari, primo & compoſito; aliisq; numerorum accidentibus.

Unde oritur numeri differentia?

E Diviſione, reliquum enim, ſive numerus reliquus è Diviſione, abit in minutias, ſive partes, & Quoto aſcribitur dextrorſum, ſubſcripto diviſore interpoſita linea ſic

$$\begin{array}{l} 321 \\ 44\ (80\ \frac{1}{4} \end{array}$$

Quæ eſt numerorum differentia?

Numerus alius, eſt par, alius impar.

Quis dicitur numerus par?

Omnis à binario numerus dividuus, ut 2. 4. 6. 8. 10. 12. ſic numerus impar in dividuus eſt à binario. ut 3. 5. 7. 9. 11. 13. &c.

Quæ

Quæ diſtinctio eſt numeri paris ?

Numerus par, eſt vel pariter par, vel impariter par: pariter par, eſt tantum dividuus à pari, per parem, non ab impari, per parem. ut 4, tantum dividitur à Dre pari 2 per Quotum parem 2. Sic 8, tantum dividitur à Dre pari, per Quotum parem. videlicet à 2 per 4. vel contra à 4, per 2. Tales numeri omnes ſunt, à binario duplicati. ut 4. 8. 16. 32. 64 128. &c.

Quis numerus dicitur impariter par?

Dividuus ſimul ab impari, per parem, non tantum à pari, per parem. ut 6 dividitur, à Dre impari, per Quotum parem ſcilicet à 3 per 2. vel contra, à 2 per 3. Sic 12, à 3 per 4. vel à 4, per 3. Et 24 à 3, per 8 vel ab 8. per 3. Sic 30, à 5 per 6, vel à 6, per 5.

Tantum de prima differentia numeri à Diviſione.

Quæ altera numeri differentia eſt?

Eſt numeri primi, & compoſiti: numerus primus dicitur is, qui individuus eſt, ab alio multitudinis numero. ut 1. 2. 3. 5. 7. 11. 13. 17. 19. 23.

Quare

Quare numerus primus appellatur?

Sic dicitur, quod eſt primus Dr ſui ipſius, non alius quiſquam, hunc enim nullus multitudinis numerus alius, ſive Diviſor antecedit. Alio nomine incompoſitus vocatur, quia à nullis multitudinis numeris, per multiplicationem factus eſt. Unde, & infectus nuncupatur. q. minime factus per multiplicationem.

Quis numerus compoſitus dicitur?

Compoſitus, ſive numerus factus is eſt, qui dividitur ab alio multitudinis numero, ut 4 à 2. 6 à 3. 8 à 4. vel 2. 9 à 3. 10 à 5. 12 à 4. vel 3.

Quis uſus numerorum compoſitorum?

Numerus multis modis compoſitus, ſive factus, ſingulares uſus habet, quando nimirum quæruntur numeri, qui plurimas habent exactus diviſiones. Qualis fuit numerus Achimedæus 96. quem elegit in dimenſione circuli, eo quod continet partes aliquotas duodecim. ſcilicet 1. 2. 3. 4. 6. 8. 12. 16. 24. 32. 48. 96.

Sic quoq; Aſtronomi hodie aſſumunt nume-

numerum 60. aptum partiendis cœleſtium motuum momentis. Ejus diviſores numero quoq; 12 ſunt, ſcilicet.
1. 2. 3. 4. 5. 6. 10. 12. 15. 20. 30. 60.

Quæ igitur ratio inveniendi, quot numeris, numerus aliquis ſit dividuus?

Ad inventionem ejus, Theorema duplex Inventum eſt. Prius de Diviſoribus primis: poſterius de diviſoribus compoſitis.

Theorema, de primis diviſoribus ut eſt?

Diviſores omnes dati cujuſcunq; numeri, ſunt ab unitate per ſe primi, dividentes quoties poſſunt, & datum, & dati Quotum, & Quoti deinceps Quotum quemibet, ut eſt numerus 462.

Exemplum.

Inveniendi ſunt omnes ejus Drs, per ſe primi, primo unitas per ſe nihil mutat: Deinde proximus eſt duo, is datum dividit, & Quotus eſt 231. Tertio hic Quotus, nõ dividitur à duobus itaq; ſumo proximũ tria, & hic dat Quotũ 77 Quarto, hic quoq; non dividitur à 3, neq; à proximo 5, ſed à ſequente 7. is dat Quotum 11, per ſe primum. Itaque, inventi ſunt, omnes dati

dati numeri diviſores primi, ſcilicet.1.2.3.
7.11. Sic

	2		
462	231	77	11.
222	33	77	

Quomodo alterum Theorema ſe habet de diviſoribus compoſitis?

Compoſiti ſunt, à primorum ultimo, 11 per penultimum ſeptem & à ſequente tria per utrumq;, 11 & 7. adeoq; ab utroque factum: deniq; à reliquis ſimiliter.

Exemplo ſit idem numerus 462.

Inveniendi ſunt omnes ejus diviſores compoſiti. Primum ergo multiplico ultimum 11 per penultimum 7 fiunt 77 primus itaq; ordo eſt 7. 11. 7. Deinde, ex primo ordine per ſequentem primorum 3, facio ſecundum ordinem, ſcilicet 3. 21. 33. 231. Tertio ex primo & ſecundo ordine per ſequentem primorum 2. facio ordine tertium, ſcilicet 14. 22. 154. Quartum denique ordinem, 6. 4 7 66 462. Itaque omnes ejus diviſores dati numeri, addita unitate numero ſunt XVI. ut 1. 2. 3 6, 7 11. 14 21, 22 23 42. 66, 77. 154, 231. 462. In Abaco ſic eſt:

	1	2	3	7	11
					11
					7
Ordo j —			7	11	77
					3
Ordo ij —		3	21	33.	231
					2
Ordo iij			14	22	154.
Ordo iiij —		6	42.	66.	462.

Sic Platonicus numerus 5040, diviſores habet primos, ſcilicet 122223357. Diviſores compoſitos 59, præter eum ipſum. Hujus numeri uſus eſt, in inſtruenda acie: Nempe quærat dux aliquis, exercitus peditum 5040, quot modis ſeries ordinare poſſit, forma parallelogrammi. Reſpondetur, triginta modis. propoſitus enim numerus habet diviſores ſexaginta, in quorum dimidia parte eſt numerus ſerierum, in reliqua numerus peditum unius ſeriei vel contra.

Si imperator numerum datum divi-

dit

dit per quemcunq; inventorum diviſorum: quotus erit aliquis, inter reliquos inventos. ut

Si dividat per 48, quotus erit 105 hoc eſt, ſi una ſeries habet 48 pedites, fient tum ſeries 105, & contra, ſi una ſeries habet pedites 105, fient ſeries 48. Hucuſq; de numero pari, impari, primo & compoſito.

Caput Sextum.

De numeris inter ſe primis, & compoſitis, de Diviſore communi maximo: & numero dividuo communi minimo.

Qui numeri dicuntur inter ſe primi?

PRimi inter ſe, ſunt numeri communiter individui à multitudinis numero. ut 2 & 3. 5 & 6. 8 & 9. 6 & 11. vel 13. 15.

Quomodo cognoſcitur, utrum dati numeri ſint primi inter ſe, vel compoſiti?

Ex libro 7 Excludis, propoſitione pri-

ma. Cujus hæc eſt ſententia. Si duo inæquales numeri, perpetua Subductione minoris à majore, quoties poterit, nullū multitudinis numerum antecedentis diviſorem reliquerint, primi inter ſe erunt. ut

5 & 3, ſunt primi inter ſe. quia ſubductis 3 à 5, manent 2. qui non dividit 3 antecedentem numerum: Deinde ſubductis 2 à 3, manet 1, quæ dividit quidem 2 antecedentē, ſed non eſt numerus multitudinis.

	5	Sic	Tria de 5. manent
Sic	3		duo, duo de trib.
	2		manet unum. vel
	1	Aliud	ſic

Sint 27 & 8, videndum eſt, ſint ne inter ſe primi. In hoc exemplo 27 divido per 8 hoc eſt ſubduco 8 à 27. Quotus eſt 3. Reliquus etiam 3, qui non dividit antecedentem diviſorem 8, idcirco 8 divido per reliquum 3 Quotus eſt 2 Reliquum 2. jam antecedentem diviſorem 3, divido per reliquum 2. Reliqua eſt unitas ſola, ergo, dati numeri, ſunt inter ſe primi, &c.

In

		3	—	24
In Abaco ſic eſt	27	2	—	6
	8			
	3			
	2			
	1	1		2

Atq; ita Subductiône,& diviſione, primi inter ſe numeri cognoſcuntur.

Quomodo additione, vel multiplicatione idem invenitur?

Additione ſic. Si duo numeri ſint primi inter ſe, totus ex iis eſt primus ad utrumq;,& contra. Nam 9 & 8 ſunt primi inter ſe. Ergo totus ex iis 17, eſt primus ad 9. & 8. Et contra.
17 eſt primus ad 9 atq; etiam ad 8. Ergo 9 & 8 inter ſe primi ſunt.

Multiplicatione ſic. Si duo numeri ſint primi ad tertium, factus ab utroq; erit primus ad eundem, ut 4 & 6, ſunt primi ad tertium 7. Ergo 24 factus ab iis, eſt primus ad 7.

Atq; hac ex inventione poſtea deducetur eximia progreſſio continuè proportionalium minimorum. Euclid. p 29 l. 7.

Qui inter ſe numeri dicuntur compoſiti?

Sunt numeri communiter dividui, à numero multitudinis, id eſt, qui habent communem ſibi diviſorem multitudinis ut 4 & 6. communiter dividui ſunt à 2 ergo inter ſe compoſiti, eſtq; uterq; ſigillatim compoſitus. Sic 5 & 10. à 5. ſic 7 à 7, per 7. ſic 6 & 8 à 2. ſic 8 & 24 ab 8.

In Arithmetica compoſitorum numerorum quæ ſpectanda ſunt?

Duo in primis, Maximus, nimirum, Diviſor communis, & Minimus communis dividuus.

Quis maximus communis Diviſor?

Eſt diviſor primus, in perpetua Subductione inæqualium numerorum, dividens antecedentem per Pr:2,27. Euclidis. Ut 4 & 10 per continuam ſubductionem, Reliquum eſt 2. communis D. maximus, quia primus occurrit, dividens antecedentem.

Sic { 10
4 (2 — 8
2 (2 — 4
0

Digitized by Google

Quis minimus communis dividuus numerus?

Minimus dividuus,à duobus,eſt factus ab altero per alterius diviſorem, cognominem maximo communi diviſori. ut inter 12 & 8, Minimus communis dividuus eſt 24. Sic

12 & 8, Maximus communis DR 4.qui dividens 12 facit Quotum 3. qui multiplicans alterum datorum 8 facit 24 vel 4 dividens 8 facit Quotum 2 qui Multiplicans 12, facit alterum datorum 24. ſcilicet minimum communem dividuum.

(12(3 id eſt $\frac{1}{4}$ de 12. 8 (2 id eſt $\frac{1}{4}$ de 8
4 4

Quotus enim 2,æquè eſt pars Quarta,de 8 Atque eſt 3, quarta pars, de 12. In Abaco ſic eſt 2 —— 4 —— 8 — 2 24.
12 — 3 24.

Finis Segmenti primi.

TABULA.

Arithmetica alia
- I Abſtracta
  - I simplex de
    - Notatione
    - Numeratione
      - Integrorum eaque
        - Simplex
          - Additio
          - Subductio
        - Multiplex
          - Multiplicatio
          - Divisio. *
  - II Comparativa, de qua in tertio Segmento.
      - Fractorum in
        - Genere
        - Specie
- II Concreta ſive Logiſtica.
  - Communis
  - Aſtronomica

* E Diviſione oritur Numeri differentia
- I Paris
  - Pariter
  - Paris
- II Imparis
  - Impariter
  - Imparis
- III Primi
- IV Compoſiti
- V Inter ſe
  - Primi
  - Compoſiti
- VI Maximus communis diviſor, & Minimus

Sequitur Segmentum Alterum Arithmeticæ, explicans Doctrinam Minutiarum, ſive numeri Fracti.

CAPUT PRIMUM.

De Minutiarum definitione, Diſtinctione, Notatione, & Reductione.

Quid ſunt Minutiæ?

SUnt partes integri, à diviſore ſic denominatæ, ut partes ulnæ in foro nominantur à Diviſore quartæ. Sic partes Aſſis 12, ſunt partes à diviſore 12. vulgo Pfennig. Sic floreni partes, ſunt Aſſes 10, à diviſore 10. Sic libræ æris partes, à diviſore 20, nominantur partes 20 libræ. Itaque tot partes integrant totum, quot denominator notat, ut $\frac{4}{4}$ ulnæ, integrant ulnam. partes xiiæ aſſis integrant aſſem. $\frac{12}{12}$.

Minutiarum exceſſus, & defectus quomodo cognoſcitur?

Subductione, nempe, quantum numerus partium deficit à nomine, tantum deficit à numero omnium partium integri ut $\frac{3}{4}$ deficiunt ab integro $\frac{1}{4}$. ſic $\frac{7}{12}$ ab integro deficiunt. $\frac{5}{12}$ & $\frac{8}{10}$ ab integro $\frac{2}{10}$. Sic quantumque numerus partium, ſive numerator, ſuperat nomen, tantum ſuperat numerum omnium partium integri. ut $\frac{5}{4}$ ſuperant integrum $\frac{1}{4}$. ſic $\frac{13}{12}$ ſuperant integrum $\frac{1}{12}$.

Quomodo minutiæ interſe dividuntur?

Minutiæ aliæ primariæ ſunt, aliæ ſecundariæ. Primariæ ſunt pars, vel partes integri ſimpliciter. ut $\frac{1}{2}$ eſt pars integri, diviſa in duo. $\frac{1}{3}$ eſt pars integri diviſi in tria. Smiliter $\frac{2}{3}$. ſunt duæ partes integri, diviſi in tres. Et $\frac{3}{4}$ ſunt tres partes integri, diviſi in quatuor $\frac{5}{15}$. ſunt quinq; partes integri diviſi in quindecim.

Quid Minutiæ ſunt Secundariæ?

Sunt pars, vel partes partium, hoc eſt particulæ alterius partis. ut una tertia

pars,

pars, unius quartæ partis notatur ſic $\frac{1}{3}\frac{1}{4}$ ſic $\frac{1}{4}\frac{1}{4}$ ulnæ eſt una decima ſexta ulnæ ſcil. $\frac{1}{16}$ Sic Duæ tertiæ unius quintæ floreni, faciunt duos baciones hoc modo $\frac{2}{3}\frac{1}{5}$ fl. Nã $\frac{1}{5}$ fl facit 3 batzẽ. Ergo $\frac{2}{3}\frac{1}{5}$ fl faciet 2 batzẽ. Et hæ ſecundariæ, à nonnullis dicuntur, partium particulæ, & fractiones fractionum: nobis, Minutiæ minutiarum.

In Minutiarum tractatione quid maximè ſpectandum?

Duo in primis, Notatio nimirum, & Reductio.

Quæ ratio eſt notationis?

Notatio fit duabus notis, altera alteri ſubnotata, lineaq; interpoſita, ubi ſuperior nota numerator, inferior denominator appellatur. $\frac{3}{4}\,\frac{4}{4}\,\frac{6}{7}$.

Quomodo numerator ſe habet ad denominatorem?

Numerator, denominatori interdum æqualis eſt, minor interdum, interdum major.

Quis hujus diſparitatis effectus?

Æqualitas minutiarum, ſive fractionum

num integrum notat: Defectus ab integro, minus integro. Exceſſus, magis integro. ut $\frac{4}{4}$ notant integrum $\frac{3}{4}$ una quarta minus integro. $\frac{5}{4}$ magis $\frac{1}{4}$ integro.

Quæ ratio Minutiarum, ſub iiſdem vel numeratoribus vel denominatoribus?

Creſcente numeratore, Minutia creſcit atque augetur, ſub eodem nimirum denominatore. $\frac{1}{4}$. $\frac{2}{4}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{4}{4}$ ubi notantur una quarta integri, dimidium integri, tres quartæ integri, & Totum $\frac{4}{4}$ Contra, creſcente denominatore, Minutia decreſcit, atq; minuitur, ſub eodem nimirum numeratore. ut $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ &c. ubi ultima minutia $\frac{1}{5}$ omnium minima eſt, prima $\frac{1}{2}$ maxima, quapropter Minutiæ dextrorſum minores fiunt, ſiniſtrorſum majores.

Minutiæ Secundariæ, eodem ne modo ut primariæ notari ſolent?

Minime. Minutiis enim ſecundariis, & Tertiariis ſua eſt diſtincta, & peculiaris notatio: earum ultimæ ad ſiniſtram, notantur ut primariæ, interpoſita linea

trans-

transverſa. Reliquæ carent hac linea. Ut una ſecunda, unius quartæ partis ulnæ ſic notatur $\frac{1}{2}\ \frac{1}{4}$ ulnæ. Et $\frac{1}{12}\ \frac{1}{20}$ hoc eſt, una duodecima, unius viceſimæ partis. Et una ſecunda, unius duodecimæ, de una vigeſima ſic notatur $\frac{1}{2}\ \frac{1}{12}\ \frac{1}{20}$. Et una quarta, duarum tertiarum, de una ſexta, trium nonarum ſic notantur $\frac{1}{4}\ \frac{2}{3}\ \frac{1}{6}\ \frac{3}{9}$.

Huc usq; de Minutiarum notatione. Sequitur Reductio earundem.

Quid ea eſt? Reductio, Græcis ἀνάλυσις, eſt commutatio quædam rerum æquivalentium, hoc eſt, Talis numerorum converſio ad aliam formam, quæ aptior ſit, ad operationes Arithmeticas.

Reductio Minutiarum quotuplex eſt?

Triplex, Alia eſt terminorum compoſitorum ad ſuos primos: Alia integrorum ad partes, vel partium ad integra: Alia deniq; partium, ſive minutiarum, ad alias minutias.

Exem-

Exemplum Reductionis compoſitorum numerorum ad primos.

$\frac{8}{12}$ Reducuntur ad $\frac{2}{3}$ * ſic $\overset{4}{\frac{8|2}{12|3}}$ * per maximum communē diviſorē quatuor.

* ſic $\frac{5}{25}$ Reducuntur ad $\frac{1}{5}$ ſic $\frac{5}{25}\overset{5}{\frac{1}{\ }}\frac{1}{5}$ per maximum communem diviſorē quinq;.

Quæ hujus Reductionis utilitas & uſus ?

In numeratione minutiarum, non ſolum reductio illa commoditatem præſtat: ſed etiam in rationibus aliis, & proportionibus quam plurimis: quanto enim facilius eſt paruas, quam magnas numerare notas, Tanto majorem commoditatem numerādi affert ad terminos minores, ſive minimos, & primos. Quare ſolœciſmus fuerit, in Arithmetica, poſt ſe relinquere minutias, in terminis inter ſe compoſitis, neq; protinus eoſdem reducere, ad ſuos primos ſive minores.

Quæ eſt reductio integrorum ad partes?

Eſt multiplicatio integrorum per denomi-

nominatorem minutiarum. ut reducere 3 ulnas, ad quartas partes ulnæ, eſt Multiplicare numerum ulnarum, per denominatorē partium 4, fiunt $\frac{12}{4}$ ſic ulnæ 3 $\frac{1}{4}$ fa. $\frac{13}{4}$ Sic reducere 3 fl ad aſſes, eſt Multiplicare tria per decem, quia As, eſt pars decima floreni, ſic 3 fl $\frac{1}{10}$ fa $\frac{30}{1}$ vel 3 fl. reducuntur ad decimas quintas partes, per quindecim, quia quindecim eſt decima quinta pars floreni, fiunt 45 baciones. ſic 3 fl $\frac{1}{15}$ $\frac{45}{15}$.

Quomodo Minutiæ reducuntur ad integra?

Diviſione: etenim minutiarum reductio ad integra, nil aliud eſt, quam partium diviſio, per ſuum denominatorem. Ut reducere 45 baciones ad florenos, eſt dividere 45 per 15. Quotus dat quæſitum fl 3.

45
15 (3 fl

Sic ſolidi 800, Reducuntur diviſione per 20 ad libras, 40. vel ad florenos 80.

80 | 0 (40 lb. * 80 | 0 (80 fl.
2 | 0   1 | 0

Qua ratione Minutiæ reducuntur ad Minutias?

Reductio Minutiarum duplex eſt: Alia binarum minutiarum heterogenearium, ad binas alias homogeneas.

Alia, binarum Minutiarum, ad unas minutias: hoc eſt, ſecundanæ, vel tertianæ minutiæ, ad primam.

Quæ ratio prioris reductionis?

Prior Reductio, eſt multiplicatio terminorum, per nomen alternum hoc eſt, per crucem, & denominatorum inter. ſe ut $\frac{2}{3} | \frac{3}{4}$ reducuntur ad $\frac{8}{12}$ & $\frac{9}{12}$ ſic $\frac{2}{3}$ X $\frac{3}{4}$

8 9

12

Eodem modo $\frac{3}{4}\frac{4}{5}$ Reducuntur ad $\frac{16}{20}$ & $\frac{15}{20}$ ſic $\frac{3}{4}$ X $\frac{4}{5}$

15 16

20

Quid hic notandum venit?

Si ſeries reducendarum minutiarum longior fuerit, binas tum eſſe primo reducendas, deinde Addendas, tandem cum tertia Minutia reducendas ſic. $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$

Jun-

$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$ | $\frac{4}{5} \times \frac{17}{12}$

8 9 | 48 85

Jungantur $\frac{4}{5}$ $\frac{17}{12}$ 60.

Quomodo cognoſcendum vtra minutiarum major vel minor ſit?

Eadem Methodo, nempe cujus numerator, poſt reductionem, majorem faciet numeratorem. ut inter $\frac{5}{6}$ & $\frac{3}{4}$ major minutia eſt $\frac{5}{6}$. quia reducitur ad $\frac{20}{24}$ Altera ad $\frac{18}{24}$. hoc modo.

$\frac{5}{6} \times \frac{3}{4}$

20 18

24

Sic inter $\frac{3}{4}$ & $\frac{4}{5}$. Major eſt $\frac{4}{5}$. hæc enim reducitur ad $\frac{16}{20}$. Illa ad $\frac{15}{20}$. ſic $\frac{3}{4} \times \frac{4}{5}$

15 16

20

Hactenus, de Reductione partium, ſive Minutiarum heterogenearum, ad binas alias homogeneas.

Quæ ratio eſt reductionis minutiarum ad Unas Minutias æquales?

Facilis ea eſt. Fit enim ſola multiplicatione tam numeratorum, quàm denominatorum inter ſe. Ut $\frac{3}{12}$ $\frac{1}{10}$ fa. $\frac{3}{120.}$

Sic $\frac{3}{4}$ $\frac{4}{5}$ fa. $\frac{12}{20.}$

Si ſeries longior eſt, binæ tum expediuntur, ut $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{20}$ — fa. $\frac{1}{480.}$

Aliud.

Sic $\frac{3}{8}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{1}{4}$. fa. ad $\frac{6}{166}$ ſive $\frac{3}{80.}$

Eodem modo minutiæ, reducuntur ad partes forenſes, hoc modo. Si quæratur $\frac{3}{4}$ fl quot ſint cruciati, pones in Abacum fl $\frac{3}{4}$ & appones numerum omnium cruciatorum unius fl ſcilicet. 60. Subſcripta unitate ſic $\frac{60}{1}$ Deinde Multiplicabis 60 per 3 Multiplicatio 4 per

per 1 nihil auget. Itaq; habebis 180 quartas, quas reduces ad cruciatos 45; ſcilicet diviſione, per 4. In Abaco exemplũ ſic eſt.

$\frac{3}{4}\ \frac{60}{1}$ —— $\overset{2}{180}$ (45 cruciati id eſt 7 ß 6 pfen.
—— 4.

Eadem methodo $\frac{3}{4}$ ℔. facit. 15 ß
$\frac{3}{4}\ \frac{20}{1}\ \frac{60}{4}$ (15 ß. Et
$\frac{3}{4}$ Aſſis, faciunt 9 pfen. $\frac{3}{4}\ \frac{12}{1}\ \frac{36}{4}$ (9 pfen.

Caput Secundum.

De numeratione partium, ſive minutiarum.

Hoc loco ſciendum eſt, numerationem non tantum ſignificare numerationem quandam minutiarum ſimplicem, ut $\frac{1}{2}\ \frac{2}{3}\ \frac{3}{4}$ &c ſed in genere plenariam numerationem minutiarum, ſive addendo, ſive ſubducendo, ſive multiplicando, ſive deniq; dividendo perficiatur.

Qua ratione igitur Minutiarum numeratio ſe habet?

Numeratio hæc, Minutias non nume-

rat, niſi prius reductas ad primarias, atque cognomines, ſive homogeneas. Etſi eædem ſint numerationis ſpecies, quæ ſupra fuerunt: eſt tamen alia hic ratio, Additionis, & reliquarum ſpecierum.

Quare antequam ad minutiarum numerationem accedatur, neceſſe fuerit, eas in Abacum notare, & ſcribere: Deinde, eaſdem, ſi opus reducere ad eandem denominationem.

Quotuplex igitur eſt numeratio Minutiarum?

Duplex, Alia minutiarum tantum, Alia, cum integris permiſtarum. Minutiarum ſolarum numeratio neglectis denominatoribus, excepta Multiplicatione, numerat tantum numeratores, hoc modo. Additio, ſolos numeratores addit, non habita ratione denominatorum. Sic Subductio, numeratorem minorem majori tantum ſubducit: & Diviſio majorem numeratorem per minorem tantum dividit. Sed, Multiplicatio, tam numeratores inter ſe, quàm denominatores multiplicat, licet diverſæ ſint denominationis.

DE

DE ADDITIONE. MInutiarum.

Quid eſt additio Minutiarum?

Eſt plures, in unam ſummam colligere, eaſq; unica Minutia enunciare.

Quæ ſpectanda ſunt in Minutiarum Additione?

Varii caſus. Vel enim minutiæ homogeneæ, vel heterogenæ binæ adduntur.

Vel plures duabus het[illegible]eneis occurrunt. vel Minutiæ add[illegible]ur integris, vel plures minutiæ pluribus integris junguntur: vel Minutiæ integris ſimulac minutiis addendæ veniunt.

Deniq;, vel integra, & Minutiæ, integris & Minutiis addendæ crebro occurrunt.

Exemplum primi Caſus.

Ubi denominatores ſunt homogeneæ. $\frac{1}{7}\,\frac{2}{7}\,\frac{3}{7}$ facunt additione numeratorum tantum $\frac{6}{7}$.

Secundi Caſus.

Ubi denominatores ſunt heterogeneæ. ut ſint addendæ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$. faciunt poſt Reductionem& Multiplicationem per crucem $\frac{17}{12}$

$$\text{Sic}\begin{cases}\frac{2}{3}\times\frac{3}{4} \\ \hline \frac{8}{12}\quad\frac{9}{12}\quad\frac{17}{12}\quad(1\frac{5}{12}\end{cases}$$

Nota,per terminorum reductionem, hoceſt, Multiplicationem per crucem x intelligitur, tranſverſa per crucem Multiplicatio,dextri numeratoris,in ſiniſtrū denominatorem: Et contra, ſiniſtri numeratoris,in dextrum denominatorem, denique multiplicatio directa binorum denominatorum inter ſe. Unde nova gignitur creatura,id eſt,recens Numerator,& Denominator,ut $\frac{2}{3}$ Et $\frac{3}{4}$ faciunt $\frac{17}{12}$ quæ ſumma æquipollet propoſitis minutiis heterogeneis. In Abaco ſiceſt

$\frac{2}{3}$x$\frac{3}{4}$

Digitized by Google

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$$

8 9

$$\frac{17}{12}$$

Tertii Caſus.

Ubi plures Minutiæ heterogeneæ occurrunt. ut ſint Addendæ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{4}{5}$ Faciunt poſt reductionem, & diviſionem. 2 $\frac{13}{60}$.

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}\ \frac{4}{5}$$

8 9

$$\frac{17}{12}$$

$$\frac{17}{12} \times \frac{4}{5}$$

85 48

$\frac{133}{60}$ id eſt (2. $\frac{13}{60}$.

Quarti Caſus.

Ubi Minutiæ adduntur integris. Sint $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{3}$ 2. fa. 3. $\frac{5}{12}$ Nimirum, poſt terminorum Reductionem &c. In Abaco ſic eſt ut $\frac{3}{4}$ x $\frac{2}{3}$ fa. $\frac{17}{12}$ (1. & 2. faciunt 3 $\frac{5}{12}$ quæſit.

Quinti Caſus.

Ubi Minutiæ integris ſimulatque Minutiis adduntur. Sint addendæ $\frac{5}{6}$ ad 7. & $\frac{3}{8}$ faciunt poſt terminorũ Reductionem. addit. & diviſionem. 8 $\frac{5}{24}$.

Sic. $\frac{5}{6} \times \frac{3}{8}$

40
18

Summa $\frac{58}{48}$ (1. Et 7, fa. 8 Reſiduis
2
$\frac{10}{48}$ $\frac{1}{1}$ $\frac{5}{24}$.

Exemplum VI. Caſus.

In quo plures Minutiæ adduntur pluribus integris: verbi gratia Sint Addendæ binis integris, 30, & 16. ($\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{4}{5}$) Duæ Tertiæ, Tres Quartæ, Quatuor Quintæ. Fient 48. $\frac{13}{60}$.

Exempli hujus tractatio eadem eſt, quæ fuit ſuperiorum, Reductione nimirum terminorum, ad eandem denominationem, Additione, atq; Diviſione ut moris eſt Quotus dat Quæſitum. Exemplum In Abaco ſic eſt

$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$ $\frac{4}{5}$

8 9
$\frac{17}{12} \times \frac{4}{5}$ $\frac{48}{85}$ — Fa 133 (2 $\frac{13}{60}$ his ad-
60
do $\frac{46}{1}$ Fiunt 48. $\frac{13}{60}$ quæſit.

Septimi Caſus exemplum.

Ubi integra & Minutiæ, integris & Minutiis addendæ occurrunt. Sint Add. $3\frac{1}{2}$ & 6. $\frac{1}{3}$ Faciunt poſt Reductionem $9\frac{5}{6}$ In Abaco Sic eſt.

$3\ \frac{1}{2}$ & $6\frac{1}{3}$.

$\frac{7}{2}$ x $\frac{14}{3}$ $\frac{38}{21}$ — fa. $\frac{59}{6}$ ($9\ \frac{5}{6}$ quæſitum.

Eodem modo, Additio diverſorum Numiſmatum, Ponderum, Menſurarum, aliarumq; rerum perficitur. Sic Numiſmatum Argentoratenſium partitio eſt, Florenorum, Librarum æris, Aſſium, plabardorum, cruciatorum, Nummorum, obulorum, Teruntiorum, ex quibus reliqua quæcunque Numiſmata æſtimantur, ut ſunt Thaleri ſimplices, Imperiales, ducati, Nummi aurei rhenani, coronati Gallici, Italici, Hiſpanici, Belgici & ſimiles. Sic

Ponderum ratio Argentinæ eſt centenariorum, Librarum ſive pondo, Lothonum, Quintularum, Numulorum. Et

Capacium menſurarum partitio, quarum aliæ ſunt Aridorum, ut Frumenti

ſcilicet Tritici, Siliginis, Hordei, Avenæ, Salis, Oryzæ, Leguminum ut papaveris, Milii, piſarum, Lenticularum, Fabarum, viciarumq; als Wicken. Saccus, ſive quartale continet Sex modios ſive ſextarios, Avenæ autem Septem: Modius porro habet quatuor quartalia, quorum unum eſt pars 24 integri, ſive quartalis. Sic ſemiquartale $\frac{1}{2}$ vierlingen/eſt pars 48 integri ſive Quartalis frumenti &c.

Aliæ Liquidorum, ut plauſtrum, ſive veһes vini, continet 24 ohmas, ſive amphoras. Amphora 24 menſuras, Menſura quatuor quartas, $\frac{4}{4}$. ſive quartalia. Quartale, duo octalia $\frac{2}{8}$. Et ſic fori Argentoratenſis partitio & diviſio eſt, Quæ ad diverſa Europæ loca alia, accommodari facile poteſt: de qua partione rerum diverſarum, conſulatur porro, D. Langii Arithmetica, per D. Iſaac Habrecht locupletata pag. 90.

CAPUT.

Caput Tertium.

De Minutiarum Subductione.

Quid Subductio eſt Minutiarum?

Eſt ſummæ minutiarum propoſitarum, minoris de majore Subtractio, relicto reſiduo ſi quod eſt.

Quot Caſus occurrunt in minutiarum Subductione.

Totidem, quot in Additione. Aut enim Minutiæ ſubducuntur à Minutiis ejuſdem, vel diverſæ denominationis.

Aut Minutiæ, ab integris tantum, Aut ab integris & Minutiis ſubtrahuntur.

Aut integra ab integris & Minutiis.

Aut deniq; integra & Minutiæ, ab integris, & Minutiis detrahuntur.

Exemplum primi Caſus.

Ubi Minutiæ homogeneæ invicem ſubducuntur. ut ſint Subducendæ $\frac{2}{7}$ de $\frac{3}{7}$

Relin-

Relinquitur $\frac{1}{5}$ $\frac{3}{6}$ de $\frac{4}{6}$ Relinquitur $\frac{1}{6}$. Sic $\frac{2}{3}$ de $\frac{7}{3}$ Subductio relinquit $\frac{5}{3}$ poſt reductionem 1 $\frac{2}{3}$.

Secundi Caſus.

Ubi termini Minutiatum, ſunt heterogenei. ut ſint ſubducendæ $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$ Reliq. erit $\frac{1}{12}$ $\frac{2}{3}$ x $\frac{3}{4}$ $\frac{9}{8}$ $\frac{1}{12}$ Reliquum.

Tertii Caſus.

Ubi Minutiæ tantum integris ſubducuntur. Exemplum Subducantur. $\frac{4}{7}$ de 12 integris Reſiduum erit 11. $\frac{3}{7}$.

In Abaco ſiceſt, de Duodecim integris ; unum Reducatur ad $\frac{7}{7}$ de quibus Subtrahe $\frac{4}{7}$ Remanebunt 11 $\frac{2}{7}$

$\frac{4}{7}$ de 12. hoc eſt de 11 $\frac{7}{7}$ Subducantur.

In Abaco ſic eſt, de 12 integris, unum Reducatur ad $\frac{7}{7}$ Relinquuntur 11 integra: Iam de $\frac{7}{7}$ Subductis $\frac{4}{7}$ Remanent 11 $\frac{3}{7}$. Sic $\frac{4}{7}$ de $\frac{7}{7}$ Rel. $\frac{3}{7}$ & 11 integra.

Eadem ratio operationis eſt, in Reliquis ſequentibus, & quibuſcunq; aliis exemplis.

CAPUT

Caput Quartum.

De Minutiarum Multiplicatione, & Diviſione.

Quid Multiplicatio eſt Minutiarum?

EST novi fragmenti (ex partium, vel integrorum in partes vel partium in integra) procreatio: atq; ita ex terminis heterogeneis fiunt homogenei, & ex duabus Minutiis, una.

Quomodo Multiplicatio inſtituitur?

Primo, numeratores inter ſe multiplicantur, productusq; numerus facit communem & novum numeratorem. Deinde, denominatores, eodem modo inter ſe multiplicantur, numerusque inde procreatus, facit novum, & communem denominatorem.

Quæ ſpectanda veniunt in Multiplicatione minutiarum?

Quatuor in primis, primum eſt, quando minutiæ ſolæ inter ſe multiplicantur, tum

tum numeratores, & denominatores inter ſe procreant novum & numeratorem & denominatorem.

Exemplum.

Multiplicentur inter ſe $\frac{3}{4}$ $\frac{4}{5}$ numeratores 3 & 4 faciunt novum numeratorē 12. Sic denominatores 4 & 5. faciunt novum denominatorem 20. in Abaco ſic eſt $\frac{3}{4}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{12}{20}$. Sic $\frac{4}{5}$ $\frac{6}{7}$ $\frac{24}{35}$.

Alterum, quando per minutias integra, vel integra per minutias multiplicantur, novus quoq; & denominator & numerator procreatur. Exemplum $\frac{3}{4}$ per $\frac{2}{1}$ Faciunt $\frac{6}{4}$ Reductione 1 $\frac{1}{2}$

Sic $\frac{4}{6}$ per $\frac{24}{5}$ Re. ($4\frac{4}{5}$.

Tertium quando per minutias integra, una cum Minutiis multiplicantur, integra prius reducenda ſunt ad partes, ſive Minutias. ut ſi Multiplicentur $2\frac{2}{7}$ per $\frac{2}{4}$ Faciunt. $1.\frac{1}{7}$. Sic: $\frac{2}{4}$ $2\frac{2}{7}$.

$\frac{2}{4}$ $\frac{16}{7}$ 4 (1 $\frac{4}{28}$ x $\frac{1.}{7}$ (4)

Sic

Sic per $\frac{3}{4}$ 4. $\frac{2}{5}$ Faciunt. 3. $\frac{3}{10}$ hoc modo.

$$\begin{array}{ccc} \frac{3}{4} & 4 & \frac{2}{5} \\ \hline \frac{3}{4} & \frac{22}{5} & 66\ (\ 3\ \frac{6}{20} \times \frac{3}{10} \text{ \&c.} \end{array}$$

Quartum quod notandum, eſt ſi integra & Minutiæ, cum integris & minutiis occurrant, integra prius reducenda ſunt ad minutias, cætera ut hactenus per diviſionem abſolvenda. ut, ſi Multiplicantur per 3 $\frac{4}{9}$. 5. $\frac{3}{8}$. Fient. 18 $\frac{37}{72}$. In Abaco ſic eſt.

$$\begin{array}{cccc} 3\ \frac{4}{9} & 5\ \frac{3}{8} & & \\ \hline \frac{31}{9} & \frac{34}{8} & \frac{1333}{72} & (\ 18\ \frac{37}{72} \end{array}$$

Aliud Multip: per 4 $\frac{3}{7}$. 3 $\frac{2}{5}$

$$\begin{array}{cccc} \frac{31}{7} & \frac{17}{5} & \frac{527}{35} & (\ 15\ \frac{32}{35}. \end{array}$$

Quæ Multiplicationis compendia obſervanda ſunt?

In doctrina minutiarum, duo occur-

runt

runt. Primum, in terminis alternis, hoc eſt numeratoribus, & denominatoribus, quando hi inter ſe ſunt, vel compoſiti, vel æquales.

Quæ ratio compoſitorum terminorum?

In terminis alternis compoſitis, hoc eſt, in numeratore hujus, & denominatione alterius minutiæ, compoſiti termini reducuntur ad primos, poſtea multiplicatio & reliqua pro more abſoluuntur. ut, per $\frac{5}{6}$ Multiplicentur $\frac{2}{3}$ Facient $\frac{5}{9}$ vulgari modo ſic $\frac{5}{6}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{10}{18}$ x $\frac{5}{9}$.

Compendioſe ſic. Termini alterni 2 & 6, reducuntur ad 1 & 3 fiunt $\frac{1}{3}$, cui minutiæ termini alterni reliqui ſcilicet $\frac{5}{3}$ adſcribuntur. Demum multiplicatio tum abſolvit quæſtionem ſic $\frac{1}{3}$ $\frac{5}{3}$ $\frac{5}{9}$.

Quod compendium obſervandum in terminis Alternis æqualibus?

In exemplo aliquo propoſito, quando numerator hujus, & denominator alterius minutiæ æqualis eſt : tum reliquus quoq; numerator, reliquo denominatori Su-

ri ſupra ſcriptus, abſoluit multiplicationem. ut per $\frac{2}{3}$ Multiplicentur $\frac{3}{4}$ Fit $\frac{1}{2}$.

hoc modo. $\frac{2}{3}\ \frac{3}{4}\ \frac{1}{4}\ \overset{2}{\Big|}\ \frac{1}{2}$ quæſitum,&c.

Vulgari Sic $\frac{2}{3}\ \frac{3}{4}\ \frac{6}{12}\ \overset{6}{\Big|}\ \frac{1}{2}$.

Caput,

De Minutiarum Diviſione.

Quid minutiarum Diviſio eſt?

Eſt partium, ſeu fractionum per multiplicationem obliquè, ſeu per crucem factam, in unam fractionem, ſive minutiam, mutatio. Ut ſi per $\frac{3}{6}$ dividantur $\frac{2}{3}$ Quotus erit 1 $\frac{1}{3}$. hac ratione, per caput hujus ſecundum, numerator duo ad dextram ducitur in denominatorem ſiniſtrum 6, fiunt 12 dividendus: Deinde numerator 3, ad ſiniſtram, ducitur in denominatorem dextrum 3, fiunt 9 Diviſor. Tertio Ds diviſus per Drm. Quotus dat 1 $\frac{1}{3}$, Quæſitum.

Quid obſervandum eſt in minutiarum diviſione?

In omni partium, ſive minutiarum diviſione, minutia fungens officio diviſoris, ad lævam ponenda eſt, dividenda ad dextrā. Quemadmodū in Regula aurea. Terminis ſic ordinatis, & facta per crucem x Multiplicatione, & diviſione, Quotus dat quæſitum, hoc eſt, quotam minutiæ partem. Ut ſi per $\frac{3}{5}$ dividantur $\frac{3}{4}$ Quotus dat $1\frac{1}{4}$. In Abaco ſic eſt

$\frac{3}{5} \times \frac{3}{4}$ $\frac{15}{12}$ ($1\frac{1}{4}$. quæſitum.

In Minutiarum diviſione quot ſpecies occurrunt?

Tres, prima eſt, quando partes majores à minoribus dividuntur: hoc eſt, quando dividendus major eſt diviſore, Quotus tum etiam major eſt dividendo. ut ſi per $\frac{1}{3}$ dividatur $\frac{1}{2}$ Quotus dat $1\frac{1}{2}$

Sic $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$

Ds. 3 ($1\frac{1}{2}$

Dr. 2

Altera,

Altera, Quando minutiæ æquales, per æquales dividuntur, hoc eſt, Quando dividendus, æqualis eſt diviſori, Quotus tum facit Integrum. ut ſi per $\frac{1}{2}$ dividatur $\frac{1}{2}$, Quotus dat unum integrum.

Sic $\frac{1}{2}$ x $\frac{1}{2}$

Ds. 2

Dr. 2 (1.

Tertia, Quando minutiæ minores, à majoribus dividuntur, hoc eſt, quando dividendus minor eſt diviſore (quod in minutiarum diviſione crebro evenit) Quotus tum minor eſt integro. ut ſi per $\frac{1}{2}$ dividatur $\frac{1}{3}$ absq; diviſione. Quotus dat $\frac{2}{3}$ quæ minutia minor eſt integro. Sic per $\frac{1}{2}$ x $\frac{1}{3}$ —— $\frac{2}{3}$

Qui Caſus occurrunt in Minutiarum diviſione?

Inter varios, principales ſunt, Quando Minutiæ, per ſola integra dividuntur, vel per integra, & Minutias. Deinde, Quando integra, per ſolas minutias partiuntur, vel integra per integra, & Minutias: vel integra, & Minutiæ, per minutias, vel

integra & minutiæ, per ſola integra. denique quando integra, & Minutiæ, per integra & Minutias partiuntur.

Si vero Minutiarum minutiæ occurrunt, prius illæ ad ſimplices, ſive primarias reducendæ ſunt, poſtea pro more, diviſio inſtituenda eſt, & cætera abſolvenda.

Exemplum primi Caſus. ubi minutiæ per integra dividuntur. ut ſi per 2, dividuntur $\frac{3}{4}$. Quotus dat $\frac{3}{8}$ ſic

$$\text{Dr.}\ \frac{2}{1} \times \frac{3}{4} \quad \text{Ds.} \ \frac{3}{8} \ \text{quæſitum.}$$

Exemplum II. Caſus. ubi Minutiæ per integra, & Minutias dividuntur. ut ſi per $2\frac{1}{2}$ dividantur $\frac{3}{4}$ Quotus dat $\frac{3}{10}$.

$$2\frac{1}{2} \quad \frac{3}{4}$$

$$\text{Dr.}\ \frac{5}{2} \times \frac{3}{4} \ \text{Ds.} \ \frac{6}{20} \Big|^{2} \frac{3}{10} \quad \text{Quotus}$$

minor eſt integro, quia dividendus minor quoq; eſt diviſore.

Exemplum III. Caſus. Quando integra per ſolas minutias dividuntur. ut ſi

ſi per $\frac{2}{3}$ dividantur 4. integra. Quotus dabit 6 integra.

DR. $\frac{2}{3} \times \frac{4}{1}$ Ds 12 (6 quæſitum.
2

DR 2 12 Ds.

Exempla IV. Caſus, ubi integra, per integra & Minutias partiuntur: ut ſi per diviſorem $3\frac{2}{9}$ DR. dividantur $6\frac{1}{7}$ Quotus dat $1\frac{184}{203}$. $3\frac{2}{9}$ Ds. $6\frac{1}{7}$.

DR. Ds.

$\frac{29}{9} \times \frac{43}{7}$ — $\frac{387}{203}$ ($1\frac{184}{203}$

Eadem Methodo, cætera quæcunque exempla perficiuntur.

Sunt ne hic, etiam compendia notanda?

In diviſione Minutiarum duo obſervanda ſunt: Primum, ſi numeratores ſunt pares, tum dividendi denominator ad dextram, diviſori denominatori ad ſiniſtram, ſine ulla terminorum reductione ſubſcribitur. Sic per DRM $\frac{5}{7}$ dividantur $\frac{5}{6}$ Quotus dat $1\frac{1}{6}$

Vul-

$\frac{5}{7}$ $\frac{5}{6}$ (1 $\frac{1}{6}$.

6 5

Vulgari modo ſic eſt. $\frac{5}{7} \times \frac{5}{6}$ $\frac{35}{30}$ (1 $\frac{5}{30}$ | $\frac{1}{6}$.

Alterum compendium eſt. Si denominatores fuerint pares, hoc eſt ejuſdem denominationis , tum ſine reductione, dividendi numerator ad dextram dividitur per numeratorē ad ſiniſtram. & Quotus dat 1 $\frac{2}{5}$. ſic $\frac{5}{3}$ $\frac{7}{3}$ 2 (1 $\frac{2}{5}$ Vulgari modo ſic. $\frac{5}{3} \times \frac{7}{3}$

$\frac{21}{15}$ (1 $\frac{6}{15}$ | $\frac{2}{5}$

Hactenus, duobus prioribus Segmentis Elementa ea propoſita fuerunt, quorum uſus in tertio ſegmento patebit : ſic ut nulla regula fuerit ; quin faciat mentionem eorum , quæ hactenus expoſita fuerunt, &c.

Ad extractionem Radicis Quadratæ, & Cubicæ, ut & Logiſticam ſcrupulorum Aſtronomicorum quod attinet , de his ſuo loco & tempore, publicè, diſſeretur : quare hic ſubſiſtendum, & ad Segmentū Tertium accedendum eſſe ratio Methodi exigit , &c.

- Minutiæ ſũt partes Integri, quarum aliæ.
  - I. Primariæ & partes — Integri
  - II. Secundariæ & partes — partium.
  - Ubi Notandum Minutiarum.
    - Notatio.
    - Valor.
    - Accretio.
    - Diminutio.
    - Reductio Triplex.
      - I. Terminorum compoſit: ad primas.
      - II. Integrorum ad partes.
      - III. Minutiarum ad Minutias.
    - IV.
      - Numeratio.
      - Additio, Subduct.
      - Multiplicatio.
      - Diviſio.

- I. Numeratio, non numerat niſi reductas ad homogeneas, Eſtq; duplex
  - I. Solarum Minutiarum.
  - II. Permiſtarum Integris.
- II. Additionis Caſus ſunt VII. Adduntur enim Minutiæ vel
  - Homogeneæ.
  - Heterogeneæ.
  - Minutiæ integris.
  - Integra Minutiis.
  - Plures Minutiæ pluribus integ.
  - Integra & Minut: Integris & Minut.
- III. Subductionis, tot ſunt Caſus, quot additionis. VII.
- IV.
  - Multiplicatio,
    - IV. Tam numeratores, quam denominatores ſiue terminorum reductione multiplicat, atq; ex terminis heterogeneis, facit unum homogeneum.
  - Multiplicatio, numerorum.
    - Integrorum. — Auget Valorem.
    - Minutiarum. — Minuit Valorem.
    - Multiplicationis ratio eſt. Ut I. ad M M: ſic M D S, ad Factum.
    - Caſus multiplicationis ſunt Quatuor Multiplic. enim
      - Minutiæ, per Minutias.
      - Minutiæ, per integra.
      - Integra, & Minunnt, per Minut,
      - Integ. & Minut: per Integ. & Minut.

RESIDUUM TABULÆ.

V.
Diviſio

Eſt Minutiarum, per multiplicationem crucis X mutatio in unam ſummam.

Species dividendæ Minutias Tres ſunt. Ds enim, Dʀɪ, eſt vel

I.
Major, tum Quotus Major integro.

II
Æqualitas, tum Quotus, eſt Integrum.

III.
Minor, tum Quotus minor Integro.

Caſus Diviſionis tot ſunt, Quot Multiplicationis, ſcilicet Quatuor. Dividuntur enim.

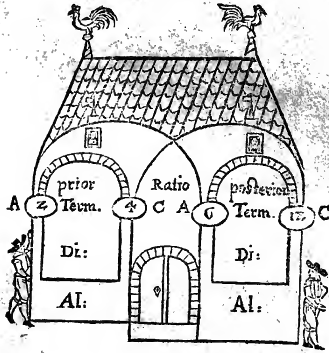
I.
Minutiæ per Minutias.

II.
Minutiæ per Integra.

III.
Integra & Minutiæ, per Minutias.

IV.
Integ: & Minut. per integ: & Minutias. Nota.
Ds, ad dextram: Dʀ, ad Siniſtram Locandus.

SEGMENTUM
TERTIUM ARITHMETICÆ, CUIUS
Analemma Proportionum, ſive



Caſtrum, Geometricarum proportionum, utcunq; ſumptarum: Directè, Inversè ſeu Reciprocè, atq; Alternè: Terminorumq; antecedentium & conſequentium, utriusq; rationis, Prioris & Poſterioris, &c.

SEGMENTI TERTII *Arithmeticæ*

CAPUT PRIMUM.

De Arithmetica comparativa, exponens generaliter proportionum genera,

Ejusq; varias ſpecies, nec non numerorum rationes, & proportiones.

Quæ nam Altera pars eſt Arithmeticæ?

NUmeratio comparativa, quæ interpretatur numerorum comparationem.

Comparationis iſtius quot ſunt partes?

Minimum duæ, Terminus antecedens, & conſequens: & tum proportionis termini quatuor ſunt; duo, prioris rationis, duoq; poſterioris.

Quot generum eſt hæc comparatio?

Duorum, una eſt comparatio Quantitatis,

tatis: Altera Qualitatis: Quantitatis eſt, qua terminorum ſive rationum quantitas deprehenditur eſſe æqualis, aut inæqualis.

Æqualis uniuſmodi eſt. ut 1 ad 1. 2. ad 2. 3. ad 3. Inæqualis ſpectatur, in differentia, aut ratione.

Quid differentia?

Eſt comparatio, quantum terminus à termino differat: ideoq; Subductione agnoſcitur. Sic differentia 2 ad 3 eſt, 1, 3 à 5, 2. Inter 5 & 8 3 Inter 8 & 12 4.

Quid Ratio?

Ratio, eſt comparatio, quoties terminus in termino, ſive una ratio, in altera continetur: ideoq; diviſione cognoſcitur ut Ratio 3 ad 2 eſt ſeſquialtera. $\frac{3}{2}$ (1 $\frac{1}{2}$. Ratio 5 ad 3. eſt ſuperbitertia. $\frac{5}{3}$ (1 $\frac{2}{3}$. Ratio 6 ad 3. eſt dupla. $_3$ (2. quia 6. continet Tria bis.

Ergo Quotus indicat rationis ſpeciem, ſive nomen. Dic, quomodo dato quoto ſive nomine rationis termini inveniantur?

Si Quotus eſt numerus integer, is ipſe eſt

eſt terminus alter: Alter terminus eſt unum, ſive unitas. ut duplæ quotus eſt 2. Ergo Alter terminus eſt 1. Si verò quotus eſt numerus integer, una cum minutia: tum multiplicatur numerus integer, per denomeratorem minutiæ, & facto additur numerator minutiæ, fitque tum alter terminus. Alter eſt Minutiæ nomen, ſive denominator. ut Triplæ Seſquiſeptimæ, Quotus eſt $3\frac{1}{7}$. Reduco 3 ad $\frac{21}{7}$ addo $\frac{1}{7}$. Fiunt $\frac{22}{7}$. Igitur 22 & 7. ſunt datæ rationis termini quæſiti. Sic Triplæ Sesquiſeptimæ termini ſunt 22 ad 7. hoc modo. $3\frac{1}{7}$ $\frac{22}{7}$. Sic triplæ, ſuperpartientis 4 ſeptimas, Quotus eſt $3\frac{4}{7}$. Et Termini ſunt. 25 ad 7. hoc modo. $3\frac{4}{7}$ $\frac{25}{7}$. Itaque dato quoto termini inveniuntur, & contra.

Quid requiritur in Arithmetica rationum?

Duo, Notatio, & numeratio. Quando enim numerandæ ſunt rationes, Antecedens

dens terminus ſupernè, conſequẽs inferne notatur. Sic Duplæ rationis terminus Antecedens eſt duo : conſequens, unum, ſine tamẽ lineolæ transverſę interpoſitione, ut in minutiis fieri ſolet. Notatur ſic $\frac{2}{1}$.

Quot ſunt Genera numerandi rationes?

Duo, Additio ſive compoſitio, & Subductio ſive diviſio: in eodem enim opere eſt, additio & Multiplicatio : in eodem Subductio, & Diviſio.

Quid additio eſt hoc loco ?

Eſt Multiplicatio terminorum inter ſe ſimilium: id eſt antecedentium, & conſequentium inter ſe. Sic ratio æqualitatis addita duplæ, dat duplam , quia ratio æqualitatis nil auget. ut ſemel duo ſunt duo: ſemel unum eſt unum. ſic $\frac{1}{1}$ $\frac{2}{1}$ ſcilicet ratio dupla. Sic tripla, addita quadruplæ, facit duodecuplam. ut $\frac{3}{1}$ $\frac{4}{1}$ $\frac{12}{1}$.

Sic ſesquialtera ratio cum ſuperpartiente duas tertias, facit duplam ſesquialteram.

In Abaco ſic eſt $\underline{1\frac{1}{2}}\ \underline{1\frac{2}{3}}$

3

$$\frac{3}{2}\text{ —— }\frac{5}{3}\text{ —— }\frac{15}{6}\ (2\frac{3}{6}\dagger\frac{1}{2}.$$

Eodem modo, duplicari, triplicari, quaduplicari ratio dicitur quando datæ rationis termini, bis, ter, ac quater poſitæ, multiplicantur. Sic Ratio ſesquialtera duplicata facit 3 $\frac{3}{8}$ hoc modo Ratio 1 $\frac{1}{2}$.

3 9 27 (3 3
2 4 8 8 Ratio tripla, ſuperpartiens tres. $\frac{3}{8}$. octavas.

Itaq; termini rationis compoſitæ hic ſunt 27 ad 8. Eadem ratio quadruplicatur, Sic 3 9 27 81.

2 4 8 16. Quare rationis ſesquialteræ quadruplicatæ termini jam ſunt 81 ad 16.

Hinc ergo conſtat, ſi termini rationum ſunt quomodocunque continui: ratio extremorum componetur ex omnibus intermediis rationibus.

Exemplum.

1. 2. 3. 4. 5. faciunt. 120.

2. 3 4. 5. 6. faciunt. 720.

In hoc exemplo termini rationum ſunt continui: quare dico, rationem 1 ad 6. compoſitam eſſe, ex intermediis rationi-

tionibus. Nam compoſitæ faciunt 120 ad 720 ſed hi ſunt termini inter ſe compoſiti, qui reducuntur ad ſuos primos, & minimos, per communem Diviſorem 120 ſcilicet 1 & 6.

Tantum de rationum additione; rationum Subductio qualis eſt?

Eſt diviſio terminorum: ut enim ſupra expoſitum, Diviſio nil aliud eſt, quàm compendiaria Subductio: & Multiplicatio, compendiaria Additio, quorũ terminorum uſus, in doctrina proportionum frequenter occurrit.

Exemplum ſubductionis in quo notandum, ſubtractionem rationum eodemmodo perfici, quo diviſio minutiarum, per crucem nimirum ſic X.

Itaq; ſi ſubducatur ratio ſubdupla, à ratione dupla ſeſquialtera, relinquetur ratio quindupla. hoc modo.

1 ad 2, ratio eſt dupla ſesqui altera. ſic $\frac{5}{2}$ (2 $\frac{1}{2}$ diſpoſitio terminorum in Abaco ſic eit $\frac{1}{2}$ à $\frac{5}{2}$ $\frac{1}{10}$ Reliquum 5. ratio eſt quindupla, notatur ſic $\frac{5}{1}$.

Aliud.

Aliud.

Sint duæ rationes inæquales, major & minor, major 3 ad 2, minor 4 ad 3. A majore ſubducatur minor, reliquum erit 9 ad 8. ſive per reductionem terminorum $1\frac{1}{8}$. $\frac{3}{2} \times \frac{4}{3}$ —— $\frac{9}{8}$ ($1\frac{1}{8}$. quæſitum.

Quid hac in Subductione obſervandum eſt?

Duo: primum quod ratio major à minore ſubtrahi nequeat, quemadmodum in vulgari quoq; Subductione fieri ſolet. Secus ſi acciderit, tunc genus mutatur.

Exemplum.

Ratio major 5 ad 3. ſubducatur à Minore 3 ad 2. Reſiduum erit ratio 9 ad 10, minoris ſcilicet inæqualitatis, quia ratio 5 ad 3. major eſt ratione 3. ad 2. $\frac{5}{3} \times \frac{3}{2}$ $\frac{9}{10}$ Ratio quæſita:

Alterum, ſi rationum quantitates minutiis exprimuntur, prius illæ reducendæ ſunt, poſtea ut Moris procedendum. ut à $1\frac{1}{2}$ Subducatur $1\frac{1}{3}$ Reliquetur. $1\frac{1}{8}$. Terminorum reductio ſic eſt $\frac{4}{3} \times \frac{3}{2}$ —— $\frac{9}{8}$ ($1\frac{1}{8}$. quæſitum.

Caput Secundum.

De Generibus rationis.

Expone deinceps rationum genera?

Ratio inæqualitatis, eſt, vel majoris, vel minoris inæqualitatis, à termino ſcilicet antecedente majore, vel minore. Si major terminus antecedit in comparatione, nominatur ratio majoris inæqualitatis, & eſt exceſſus. Si minor, nominatur ratio minoris inæqualitatis & eſt defectus.

Rationes inter ſe, quomodo diſtinguuntur?

Ratio alia prima eſt, alia conjuncta: prima, unam ſpeciem rationis habet, eaque ſimplex eſt, aut multiplex. Simplex ratio eſt, cum major terminus continet minorem tantum ſemel, & aliquid præterea. Earum tres ſunt, ut ratio multiplex ſuperperparticularis, & ſuperpartiens.

Quid

Quid ratio multiplex?

Quando major terminus continet minorem præciſè, eſtq; vel dupla, vel tripla, vel quadrupla, & ſic conſequenter. ut 4 ad 2 dupla. 9 ad 3, tripla. 8 ad 2 quadrupla. 12 ad 2 Sextupla. 20 ad 2 vigecupla.

Quænam ratio Superparticularis?

Quando terminus terminum ſemel tantum continet, & præterea unam particulam. Si partem ſecundam, dicitur Seſquialtera $1\frac{1}{2}$ Si tertiam, Seſquitertia. $1\frac{1}{3}$. Si quartam, Sesquiquarta. $1\frac{1}{4}$. Si vigeſimam, Sesquivigecupla $1\frac{1}{20}$.

Quæ ratio Superpartiens?

Quando terminus, terminum continet ſemel, & præterea aliquot partes. ut ſi continet duas tertias, ratio dicitur Superbitertia. Sic $1\frac{2}{3}$. Si tres quartas, ratio vocatur Supertriquarta $1\frac{3}{4}$. Si quatuor quintas, nuncupatur tum ratio, Supraquadriquinta. $1\frac{4}{5}$. $\frac{5}{3}$ ($1\frac{2}{3}$. $\frac{7}{4}$. ($1\frac{3}{4}$. $\frac{9}{2}$ $\frac{9}{5}$ ($1\frac{4}{5}$.

Quid demonſtrant partes, ſive minutiæ in hac rationum notatione?

Indicant partes minoris termini dati:

nequaquam partes unitatis, quemadmodum ſupra, in diviſione minutiarum accidit. verbi gratia.

In ratione data 3 ad 2, Quotus $1\frac{1}{2}$ demonſtrat duo 2, in tribus 3, contineri ſemel, & præterea, unam ſecundam ejuſdem numeri $\frac{1}{2}$ binarii. ($1\frac{1}{2}$.

Hactenus de ratione prima, nunc de conjuncta: quid ea eſt?

Quæ multas rationis ſpecies continet, Earum duæ ſunt: ratio nimirum Multiplex Superparticularis, & ratio multiplex ſuperpartiens.

Multiplex Superparticularis eſt, Quando terminus terminum ſæpius continet, & præterea unam particulam, ut eſt ratio dupla ſequialtera $2\frac{1}{2}$. Ratio dupla ſesquitertia. $2\frac{1}{3}$. Et Tripla ſesquitertia $3\frac{1}{3}$ $\frac{5}{2}$ ($2\frac{1}{2}$. $\frac{7}{3}$ ($2\frac{1}{3}$. ^{10} ($3\frac{1}{3}$.

Quæ ratio dicitur multiplex Superpartiens?

Ubi terminus, terminum ſæpius continet, præterea plures partes. ut dupla ſuperpartiens duas tertias $2\frac{2}{3}$. Tripla ſuperpartiens duas quartas $3\frac{2}{4}$. ℞ $\frac{1}{2}$.

Quid

Quid hoc loco notandum, & memoria tenendum eſt?

Illud Archimedei, qui rationem circuli ad diametri Quadratum, non dicit eſſe ſuperpartientem tres undecimas $1\frac{3}{11}$. Sed rationem habere, ut 11 ad 14 $\frac{14}{11}$ ($1\frac{3}{11}$.

Sic rationem circuli, & ſuam diametrum, duobus tantum numeris repræſentat: & dicit eam habere rationem, quam habent 22 ad 7. Non triplam ſesquiſeptimam. $\frac{22}{7}$ ($3\frac{1}{7}$.

Caput Tertium.

Hactenus, de quantitatis comparatione in differentia, vel ratione: ſequitur de qualitatis comparatione.

Quid eſt qualitatis comparatio?

Est comparatio, qua dijudicatur differentiarum, vel rationum Qualitas.

Eſt ne qualitas illa uniuſmodi ?

Eſt proportio, vel diſproportio : proportio, ſive proportionalitas Græcè ἀναλογία, eſt eàdem partium comparationis qualitas, nempe differentiarum, vel rationum inter ſe comparatarum ſimilitudo. Tonſtallo, proportio eſt duarum, quantacunque ſunt, ejuſdem generis quantitatum, certa alterius, ad alteram comparatio. hoc eſt, collatio rationis, ad aliam rationem, quæ fit ſimilitudine quadam, in eodem genere. Ut ſunt duo numeri, duæ rectæ, duæ ſuperficies, corpora duo, duoq; loca, & tempora neq; enim linea major vel minor eſt ſuperficie, aut corpore : nec tempus loco majus, aut minus eſt : ſed linea lineæ. ſuperficies ſuperficie, corpus corpore. Sola enim, quæ unius ſunt generis, inter ſe comparabilia ſunt.

Partes comparationis quot ſunt ?

Duæ Antecedens & Conſequens. Antecedens, appellatur πρότασις, propoſitio conſequens ἀπόδοσις Redditio : In abaco à ſe mutuo diſcernuntur linea intermedia

Ratio prior. media ſic. Anteced.	Ratio poſterior Conſequens.
o o prior poſterior. vel ſic. oo— —— oo	o o

Quot generum eſt proportio?

Eſt alia diſcreta ſive disjuncta, alia concreta ſive conjuncta: Disjuncta eſt, in qua prioris partis conſequens terminus eſt diverſus ab antecedente poſterioris. Eſtque Directa, vel Reciproca.

Quæ nam directa?

In qua partium ſimilitudo directa eſt: nempe qualis quantitas primæ, talis ſecundæ: Exemplum in terminis differentiarum. 2 5 | 8 11. Qualis inter 2 & 5. talis inter 8 & 11 ratio.

Inversè, qualis 11 ab 8. Talis 5 à 2.

Alterne, Qualis 2 ab 8, talis 5 ab 11.

Exemplum in Terminis rationum.

2 4 | 8 16. Qualis ratio, inter 2 & 4 Talis inter 8 & 16. Inverſe, ſicut 16 ad 8. ſic 4 ad 2. Alterne, ſicut 2 ad 8, ſic 4 ad 16.

2 4 8 16

Quæ proportio reciproca?

In qua partium ſimilitudo reciprocatur terminis, ut qualis quantitas primæ, talis in terminis inverſis, hoc eſt, cum alterius partis termini invertuntur. Exemplum in differentiis. 2 5 — 10 7. hic differentiæ ſunt ſimiles, nempe 3: ſed in antecedente parte eſt defectus antecedentis, à conſequente: In conſequente eſt exceſſus antecedentis à conſequente. Exemplum in rationibus. 2 6- 24 8.

Hic rationes ſunt ſimiles, ſecundum Quotum: ſed illic ratio eſt ſubtripla, hic facta inverſione terminorum, tripla.

Quæ nam eſt continua proportio?

In qua idem terminus, qui prioris partis eſt conſequens, poſterioris fit antecedens: Itaq;, hic fiunt bis bini termini poteſtate, ſeu continuatione.

Exemplum in diffetentiis. Qualis 1 à 2, Talis 2 à 3. Item, qualis 2 à 4. Talis 4 à 6.

1. 2. 3.   2 4 6
V V   V V

Exem-

Exemplum in rationibus. Qualis 2 ad 4: Talis 4 ad 8. 2 4 8. Atque hæc proportio continuata ultra tres terminos dicitur progreſſio: Et primus quiſq; habetur pro minimo, vel maximo progreſſionis termino.

Caput Quartum.

De Arithmetica proportione, deq; ejus progreſſione.

HActenus, de proportione in genere, & Logica ejus diſtributione, in Diſcretam, ſive disjunctam, & continuam. Dic Quot ſint partes proportionis?

Minimum duæ ſunt comparationes in quantitate; atq; tum proportionis termini quatuor, & vel diſcretè, vel continuè: Diſcretè, quando omnes termini diſcreti ſunt & disjuncti, ut 12- 10- 8- 6.

Continuè, Quando terminus ſecundus, in utraque comparationis parte adhibetur, & pro duobus terminis eſt. Vt ſicut 2 ad 4, ſic 4 ad 8. vel ſic 2 4 8.

Quot ergo genera ſunt proportionum?

Tria vulgo numerantur, proportio, Arithmetica, Geometrica, & Harmonica, quæ hujus loci non eſt, ſed ad Muſicos ſpectat.

Quid eſt proportio Arithmetica?

Eſt differentiarum æqualitas, directè quidem ut in duodecim, decem, octo, ſex, utrobiq; enim eſt duo pro differentia, etiam inverſe ſeu reciprocè, ſed Alternè, Differentia quatuor eſt

12 —— 10   8 —— 6.
2   2
4   4

Quæ ſunt proprietates Arithmeticæ proportionis?

In Terminis disjunctis duæ, duæ in continuis. In disjunctis, prima proprietas eſt, ut Medius terminus ſimul uterque, ſit æqualis, ſimul utrique extremo. ut Medii 10, & 8, additi faciunt 18. Sic extremi 12 & 6 faciunt 18.

Quis

12.	10.	8.	6
	18		
	18.		

Quis uſus hujus proprietatis ?

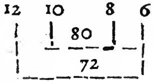
Conſiſtit is in duobus, Additione ſcilicet & Multiplicatione: Additio Suppeditat inventionem mediorũ inter duos datos, nam duæ qualeſcunque partes, ſimul utriusque dati, ſunt medii proportionales inter datos. Ut inter duo & decem, Medii proportionales ſunt, unum & undecim, duo & decem, tria & novem. In Abaco ſic. Inter 2 & 10 ſunt

Medii proportionales Arithmeticè.	1 — 11 2 — 10 3 — 9 4 — 8 5 — 7 6 — 6	Nam qualis differentia 2 ab 1. Talis 11 à 10. Et Qualis 3 à 2 Talis omnino 9 à 10 &c.

Quæ eſt altera proprietas Arithmetica proportionis, in terminis disjunctis ?

Factus per multiplicationem à Mediis, ſuperat factum ab extremis, ut 10 & 8 à me-

à mediis factus eſt 80. Factum ab extremis 12 & 6, nempe 72 ſeptuaginta duo, ſuperat octonario numero.



Quæ continuæ proportionis Arithmeticæ proprietas?

Quod Terminus medius, ſit dimidium ſummæ extremorum. ut 2 4 6 Summa extremorum eſt 8. hujus dimidium 4, eſt medius terminus Sic 3. 5. 7. Summa extremorum 10, dimidium 5.

De Arithmetica progreſſione?

Quomodo poſſunt continuari termini, continuæ proportionis Arithmeticæ?

Additione differentiæ ad antecedentem terminum, quantumlibet continuari poteſt: vocatur autem hæc continuatio, progreſſio Arithmetica, cujus infinitæ ſunt ſpecies, à differentiis ſic denominatæ,

natæ, ut binaria, Ternaria, Quaternaria &c. Arithmetica progreſſio eſt plurium numerorum æquali exceſſu ſeſe exſuperantium, in unam ſummam collectio.

Quid ſpectatur in progreſſione Arithmetica?

Inventio duplex, prima optati termini, Altera inventio ſummæ terminorum, ſeu intervallorum. Inventio optati termini ſic eſt, ſi tollatur unitas, à nomine optati termini, id eſt, Multitudine intervallorum, ſive differentiarum, (quæ unitate minor eſt multitudine intervallorum ſive terminorum, quia differentia à ſecundo termino ſeu intervallo incipit.) factusque à reliquo per differentiam datam addatur primo termino, Totus erit optatus.

Exemplum.

In progreſſione quaternaria ab unitate, ſi quæratur decimus terminus, invenietur hac Methodo. Nomen optati termini eſt 10, tollatur 1, & à reliquo 9, per differentiam 4, factus erit 36, huic addatur

tur 1. Totus erit 37. Optatus nimirum, & quæſitus terminus, quaternariæ progreſſionis ab unitate. In Abaco ſic eſt

Ordo terminorum Id eſt Intervallorum,	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.
Intervalla.	1.	5.	9.	13.	17.	21.	25,	29.	33.	37.
		V	V	V	V	V	V	V	V	V
		4	4	4	4	4	4	4	4	4

Multitudo differentiarum. 9
Differentia — — — 4

Factus. 36
Ergo optatum 37. Additio 1.
Tantum de Inventione optati & quæſiti termini.

Quomodo invenitur Summum omnium tecminorum ?

Duobus modis, Primo Multiplicatione utriuſq; extremi, per ſemiſſem extremorum, ut in priori exemplo. Terminus primus eſt 1
Ultimus terminus eſt 37

Summa 38.
Semiſſis terminorū, id eſt intervallorū. 5

Summa optata, & quæſita. 190

Alter modis hic eſt (Qui tamen non adhibetur, niſi ultimus terminus fuerit Impar.)

Secundo, Multiplicatione nominis ultimi termini id eſt Intervalli, per dimidium utriuſq; extremi termini, ut ultimi intervalli nomen — — 10

Dimidium utriuſq; extremi 38 19

Summa Quæſita. 190.

Aliud Arithmeticæ progreſsionis exemplum, &c.

Horologia noſtra Argentinæ, pro horarum numero, feriunt campanas progreſſione henadica, ſive unitatis: pro prima hora, unico ictu: pro ſecunda duobus, pro tertia tribus, & ſic conſequenter: pro hora duodecima ictibus duodecim. Quæritur Summa ictuum horarum omnium

In Abaco ſic eſt. Primus terminus. 1

Ultimus. — 12

Summa extremorum. 13

Semiſſis numeri terminorum. 6

Summa ictuum horarum. 78.

Si terminorum ſumma eſſet 24. horarum: quemadmodum in Italia, & nonnullis locis germaniæ fieri ſolet, optata tum horarum ſumma eſſet Ictuum trecentorum. Sic.

Terminus primus	1
Ultimus ———	24
Summa extremo:	25
Semiſſis horarum 24.	12
Summa ictuum	300.

Caput Quintum.

De Geometrica proportione, ejusq; regula verè Aurea.

Quæ nam Geometrica proportio eſt?

QUÆ in æqualitate rationum non numerorum conſiſtit, & hîc propriè, proportio numerorum dicitur & numeri proportionales inter ſe: ut hic in quatuor numeris 3. 6. 4. 8. proportionis diſcretæ, ut e-

ut enim 3 ad 6.	ſic 4 ad 8.	Directè
ut 3 ad 4	ſic 6 ad 8.	Alterne.
ut 8 ad 4	ſic 6 ad 3.	Inversè directè
ut 8 ad 6	ſic 4 ad 3.	Inversè alterne
ut 3 ad 6	ſic 8 ad 4.	Reciprocè.

In proportione Continua,

ut 3 ad 6. ſic 6 ad 12. ubi ſecundus terminus 6, bis adhibetur, & prioris rationis eſt conſequens, poſterioris Antecedens. 3. 6. 12.

Quæ ſunt proprietates Geometricæ proportionis?

Proprietas hîc item duplex eſt, ut in Arithmetica proportione, tam in terminis diſcretis, quam continuis.

Quænam disjunctæ proportionis proprietas eſt?

Duæ occurrunt, prima additionis eſt, altera Multiplicationis. Additionis.

Maximus & minimus terminus, reliquis ſunt majores, ut in eodem exemplo 3. 6. 4. 8. Tria & 8 faciunt additione 11, qui terminus major eſt, quam 6 & 4, qui faciunt decem.

Digitized by Google

Quæ altera proprietas eſt?

Factus à mediis, æquatur facto ab extremis. ut 24, factus à 6 & 4, mediis terminis, æquatur 24, facto à 3 & 8, extremis.

Nota.

Prima tamen proprietas, non convertitur, ut ſecunda: neq; enim verum eſt: Si quatuor numerorum, maximus & minimus ſunt compoſiti, propterea majores ſint reliquis compoſitis: idcirco proportionales eſſe. Ut vides in 3 6 4 9. ¦ 3 6 5 9. ¦ 3 7 4 9 ¦ 4 6 5 8. In ſecunda autem proprietate, ſi quatuor numeri ſunt proportionales: factus à mediis, æquat factum ab extremis, & contra: ſi æquat, ſunt proportionales.

Quis eſt uſus harum proprietatum?

Duplex. Primus, inventio mediorum proportionalium datis extremis. nam diviſor facti ab extremis, & Quotus, ſunt medii proportionales inter extremos. ut Datis, 4 & 3 extremis: Factum ab iis 12 Dividens ſive Dr 2, & Quotus 6: ſunt termini inter extremos medii proportionales.

In Abaco ſic eſt. 4 —— 3 —— 12 (6.
2

Ergo

Ergo Dr 2. & Quotus 6. ſunt termini proportionales inter extremos 4 & 3, hoc modo.

ut 4 ad 2. | ſic 6 ad 3.

Aliud, in proximo exemplo 3. 6. | 4. 8. Inter extremos 3 & 8, medii proportionales ſunt 6 & 4. hoc modo:

3 — 8 — 24 (6. Ergo Dr 4, & Quo-
4
tus 6. ſunt medii proportionales.

Alter uſus quis eſt?

Inventio quarti termini, datis tribus. Vulgo hæc Inventio vocatur regula Detri id eſt de tribus: Eruditis regula verè Aurea, propter admirabilem uſum, multarumq; mirabilium inventionum, in omnibus vitæ partibus, & conditionibus: & profectò, ſi quid Auro precioſius eſſet, eo quoq; nomine dignum eſſet.

Exemplum.

Si è tribus terminis datis, primus dividat factum, ſive numerum productum à duobus reliquis, Quotus erit quartus proporti nalis Ut è datis tribus, 3 6 — 4. primus 4 dividat 24. Factum à 6 & 4, Quotus 8, erit quartus proportionalis. In Abaco ſic eſt

3 6 — 4

24 (8 quæſitum. Ergo

3

ut 3 — 6. | 4 — 8. Aliud Sic datis tribus 3.4 | 5.

$\frac{15}{4}$ ($3\frac{3}{4}$ quartus proportio.

Aliud. ſic datis trib. $\frac{1}{2}$ $1\frac{1}{4}$ | $\frac{3}{4}$

Quartus proport $_{10}$. In Abaco ſic.

$\frac{1}{2}$ $1\frac{1}{4}$ $\frac{3}{4}$

$\frac{5}{4}$.

4

Ds. $\frac{3}{8}$ x $\frac{5}{4}$ Dr $\frac{12}{40}$ | $\frac{3}{10}$.

Sunt ne aliqua hujus disjunctæ proportionis genera?

Disjuncta proportio eſt, vel Simplex, vel Multiplex. Simplex, minimum in 4. terminis conſiſtit: Multiplex in pluribus.

Quid ſpectandum in quæſtionibus ſimplicis proportionis?

Duo in primis, Terminorum diſpoſitio, & ipſum ratiocinium. Terminorum diſpoſitio duplex eſt: Directa vel Reciproca.

Directa eſt, vel philoſophica, quando in utraque ratione, priore, & poſteriore, ambo termini, directè ſunt homogenei.

Sic

Sic Ratio prior | Ratio poſterior.

6 ℔ 2 ℔ | 4 fl 1 ⅓ fl

Reciproca, ſeu permutata, vulgaris eſt, Quando prioris rationis terminus, eſt homogeneus termino antecedenti, in poſteriore ratione. Sic

Ratio prior | Ratio poſterior.

6 ℔ 4 fl 2 ℔. 1 ⅓

Alterum hoc loco ſpectandum quodnam eſt?

Eſt ipſum ratiocinium, ſic inſtituendum, ut terminus tertius, tanquam multiplicans, multiplicetur per ſecundum tanquam multiplicandum: & factum inde, qui homogeneus eſt dividendo, dividat terminus primus, tanquam Dr.

Cum diverſa terminorum ſit diſpoſitio in Abacum, utra eligenda eſt?

Priorem, quam Philoſophicam appellant, nonnulli anteferunt poſteriori vulgari: quia tamen utraq;, ſine incommodo ratiocinii ſatisfacit quæſtioni, viſum fuerit, incipientibus unicam ſaltem retinere: priorem aliâs vocant, ab antecedente, ad antecedens: poſteriorem, ab antecedente, ad conſequens.

Sequuntur exempla Aureæ regulæ, quatuor terminorum proportionalium, quorum ratio ſic eſt.

It Terminus 1 ad 2. ſic 3 ad 6. Directè: & Ut Terminus 1 ad 3. ſic 2 ad 6. Alterne. & contra Reciprocè.

Exemplum primum.

Amphoræ quinq;, optimi vini Alſatici, Anno 1629 vendebantur fl 60, quãti amphoræ 24. Fa. 288. fl In hoc exemplo, & ſequentibus, terminus tertius 24. ut Ms, ducatur in ſecundũ 60 ut Mds: Numerus inde productus 1440, dividatur per primum ut Drm 5. Quotus dabit Quæſitum florenorum 288. In Abaco ſic eſt.

Amphor.	fl	Amphor
5	60	24
	1440	(288 fl
	5	

II.

Aliud exemplum.

Quantum frumenti emitur florenis 1000, ſi quartale Argentinenſe quod appellamus fiertel/valeat fl 8. Fac. 125 quartalia. Sic. 8. fl 1 f. 1000 (125. fl.
8

III. *Aliud*

III.

Aliud exemplum.

Quidam de florenis 250. lucrum fecit florenorum 20. quantum lucrabitur de fl 1340. Facit. 107 fl 2 ß

fl	fl		
250	20	1340	(107 fl $\frac{1}{5}$ id eſt 2 ß
		26800	
		25	

Aliud.

Veches, ſive plauſtrum vini, emitur fl 288, quanti Amphora, vel ohma. facit 12 fl. In Abaco ſic eſt.

veches ℞	fl	Ampho.	
1	288	1	
Omæ			
24	288	1.	288. (12 fl
			24 quæſit.

Aliud.

Amphora id eſt 24 Menſuræ emuntur fl 12 id eſt 120 ß quanti Menſura. — 5 ß

Ohm	ß	Ohm	ß
24 —	120.	1	120 (5 quæſitum
			24

Aliud.

Si Amphora, ematur fl 8, Menſura conſtabit 3 ß 4 Pfen.

Nota.

Olim, aureo ſeculo: Anno 1583. 584. 585 &c Menſura Vini in Alſatia ſuperiori vendita eſt, 2 ½ Pfen. quanti

Amphorà, facit. 5 ß

Plauſtrum vini facit. 12 fl

O mihi præteritos &c.

Caput Sextum.

De exemplis aureæ regulæ, ſimplicem integrorum numerationem antè requirentibus.

Omnia ne exempla aureæ regulæ ita tractantur?

IMò, ſed principalem quæſtionem aliquando antecedit quæſtio ſimplicis numerationis, eaque vel integrorum numerorum, vel partium ſive Minutiarum: aliquando quęſtio cujuſdã proportionis.

Da exempla ſimplicis numerationis in ſpecie Additionis?

Quidam emit quatuor vaſcula butyri, centenarios ſingulos fl 4. Primum vaſculum ſive Lagena ponderat

centenar. —— —— 3.
II. centen —— 2
III. centen —— 4
IV. centen —— 3

Quot florenos numerabit, pro omnibus centenariis. In hoc exemplo de precio; antecedit quæſtio de univerſo pondere: Additione inveniuntur centenarii 12. Inde ratiocinium aureæ regulæ invenit fl 48 ſic.

1 cent. 4 fl — 12 cent. — 48 fl quæſitum.

Aliud.

Quidam pro mercibus expoſuit fl 234.
Item fl 45
Item fl 12
Item fl 15

Centenis florenis, cupit lucrari fl 5, quot lucrabitur tota ſumma. Facit. fl $15\frac{3}{10}$ id eſt 3 ß

fl		fl			
100	5	306	$\frac{15}{1}$	$\frac{30}{00}$	(15 fl $\frac{3}{10}$ id eſt 3 ß

In hoc exemplo, ante lucri quæſtionem, tractatur quæſtio ſummæ expenſarum: Additione invenitur ea florenorum 306. Hinc ratiocinio regulæ aureæ, invenitur lucrum quæſitum, ut ſupra.

Aliud ejuſdem generis.

Duo Tabellarii, eodem temporis momento, ingrediuntur iter, ex oppoſitis locis diſtantibus inter ſe, miliaribus 45: Diurno itinere inæquali, tardior conficit Miliaria 6: velocior 9. Quando alter alteri occurret? Reſpondetur. Triduo.

In Abaco exemplum ſic eſt

Miliar.	fac. diem	Miliar.
15	1	45
		15(3 Triduo. quæſit.

In hoc exemplo, compoſitio, ſive additio utriusque itineris diurni, 6 ſcilicet & 9 id eſt 15 Miliarium, eſt pro primo aureæ regulæ termino: Intervallum locorum, Miliariū 45. pro termino ſecundo, Dies unus pro tertio. Itaque ratiocinium aureæ regulæ ſic eſt. Miliaria 15 conficiuntur uno die: ergo Miliaria 45 Triduo.

Demonſtratio.

In concurſu Tabellariorū ſpacia confecta utrinq; ſi componuntur, debent eſſe æqualia intervallo locorum.

Tardior triduo conficit 18. Miliar. velocior triduo conficit 27

Summa —— —— 45. Miliaria.

Aliud Subductionis & Lucri. I.

Mercator quidam, emit ſingulas libras cujuſdam ponderis fl 12, vendit iterum fl 14, quantum lucrabitur fl 100? Reſpondetur fl 16 $\frac{2}{3}$ id eſt 6 ß 8 *pfen*.

In hoc exemplo, quæſtionem lucri totius, antecedit quæſtio, de lucro ſingularium librarum: Invenitur ſubductione florenorum 12 emtionis, à florenis 14 venditionis, eſſe florenorum 2. Hinc ratiocinium regulæ aureæ tale eſt. Floreni 12 lucrantur fl 2, quot fl 100 Facit. fl 16 $\frac{2}{3}$ ut ſuperius

fl	fl	fl			
12	2	100 — 200	(16 fl $\frac{8}{12}$	$\frac{2}{3}$ (4)	id eſt 10. baz.
		12			

II. Exemplum aliud damni, ejuſdem generis.

Sic libra empta fl 5, venditur fl 4: quanta eſt jactura ex florenis 100. In hoc exemplo, quæſtionem totius jacturæ, antecedit quæſtio de jactura ſingularū librar. quæ invenitur, ſubductione florenorum 4 venditæ libræ, de fl 5 emptæ libræ: Hinc ratiocinium aureæ regulæ prodit jacturam florenorium 20. ſic.

Iactura 5 florenorum, eſt unius floreni ergo jactura florenorum 100 erit — fl 20.

fl fl fl
5 · 1 100 (20 fl Iactura. quæſitum
5

Aliud Multiplicationis in terminis heterogenis.

Ulnæ 48, emptæ ſunt ℔ 43 ß 18 pfen. 7, quanti ulnæ 5. In hoc exemplo eſt heterogenea in precio: Itaq; ℔ 43 reducuntur ad ß 860, nimirum per vigecuplam Multiplicationem: eiſq; addentur ß 18, fient ß 878: Atq; hi ipſi Solidi reducuntur ad pfen. 10536, quibus ſi addentur pfen. 7 erunt tum 10543. nummi. Multiplicati tandem per 5, & diviſi in 48. Quotus dabit Nummos 1098 $\frac{11}{48}$ pfen. Qui reducuntur ad ℔ 4 ß 11 6 $\frac{11}{48}$ pfen.

In Abaco ſic eſt. v1 ℔ ß pfen. v1.
48. 43.18 7. 5.

Itaq; poſt terminorum heterogeneorum Reductionem, Multiplicationem, & Diviſionem, Quotus dat quæſitum. nimirum, ut infra ℔. 4 ß 11. pfen. 6 $\frac{11}{48}$.

Numerus per Multiplicationem Factus, 52715. Diviſus, per 48, facit Numos.
1098

1098 $\frac{1}{48}$. pfen. Hi diviſi per 240, Quotus dat ℔. 4. Reſiduis 138 pfen. qui diviſi per 12, Quotus dat 11 ß 6. pfen. Itaq; ulnæ 5, emptæ ſunt ut ſupra &c. ℔. ß. pfen.

Aliud, Additionis, terminorum reductionis & Multiplicationis exemplum.

Vehes vini, empta eſt fl 28, Anno 1586. Mercator lucratus eſt fl 2, quanti Menſura eſt vendita?

Reſpondetur, nummis 5. Terminorum diſpoſitio ſic eſt.

vehes	fl	Menſura
1	28	1.

In hoc exemplo, primo, lucrum emptionis addetur precio, ſumma erit fl 30. Deinde, quia termini ſunt heterogenei, veheș vini reducetur ad amphoras 720 camponarias, Multiplicatione Trigecupla: tot enim menſuras cauponarias, Oma, vel Amphora vini continet. Iam terminorum diſpoſitio in Abacum ſic eſt.

veheș

vehes vini. fl. Menſura:
1 28. 1
Ohmæ 2
24 30.
30 10

Menſuræ. 720 300 ſolidi
12

3600. Nummi.

Tertio, ratiocinium ſic inſtituatur, Menſuræ 720. venduntur Nummis 3600, quanti una Menſura

Iam unitas quia nil auget, manent 3600 nummi: qui diviſi, per 720. Quotus dat 5. pfen. quæſitum.

Quare ut Mercator lucretur florenos duos, Menſuram vendat, nummis 5 neceſſe eſt

Menſuræ. Nummi. Menſu.
720. 3600
720 (5 pfen. quæſit.

Aliud ejusdem generis.

Empturus florenis 2, Nummis 10. Quatuor genera aromatum, æquali pondere, Caryophyllos. Cinamomum, Nuces Moſchatas, & Macim: Quærit, quantum pon-

pondus ſingulorum generum acceptu-rus ſit: ſi nimirum ſemuncia ſive lotho veneat,

Caryophyllorum Nummis 9.
Cinamoni Nummis 10.
Nucum Moſchat. 15.
Macis 16.

In hoc exemplo, termini ſunt heterogenei, ideoque fl 2 reducentur ad numos 240, quibus addentur pfen. 10. Fiunt nummi 250. Deinde, precium Lothonum componetur: erit ſumma 50. pfen. Hinc tale inſtituetur ratiocinium. Nummi 50 fa 1 lothonem. Ergo Nummi 250 faciunt 5 lothones. In Abaco ſic eſt.

pfen.	loth.	pfen.	
50	1	25	0 (5 lothones
		5	0 quæſitum.
		25	

Et tantum accepturus eſt Emptor, pro florenis 2 Nummis 10.

Aliud Exemplum.

Unius moletrinæ tres molæ, molunt horis 12. prima modios 14.

Altera 9.
Tertia 5.
Summa 28.

Quoq

Quot horis molent univerſæ Modios 48, Et quantum ſingulæ? Reſpondetur h 20 $\frac{4}{7}$.

Tractatio exempli.

Compone modios omnium Molarum: ſumma erit 28 modiorum. Deinde ratiocinium aureæ regulæ ſic inſtituatur.

Mod. H. Mod.

28. 12. 48 576 (20 $\frac{16}{28}$ | $\frac{4}{7}$

28

quæſitum.

Tantùm de prima quæſtione, quod nimirum univerſæ molæ, molent modios 48. 1. Quantum ſingulæ, hoc ratiocinio inveſtigatur. Pro prima mola horis 12 moluntur modii 14, Ergo horis 20 $\frac{4}{7}$ modii 24. In Abaco ſic eſt.

h. Mod. h

12 14 20$\frac{4}{7}$

$\frac{14}{1}$ .. $\frac{144}{7}$ .. $\frac{2016}{7} \times \frac{12}{1}$

$\frac{2016}{84}$ (24 Mod.

II. Ratioci-

11.

Ratiocinum, pro ſecunda mola ſic ſe habet. Horis 12 moluntur modii 9. E. horis 20 $\frac{4}{7}$ modii 15 $\frac{3}{7}$ In Abaco ſic eſt.

h	Modi	h		7
12	9	20 $\frac{4}{7}$	$\frac{144}{7}$ x $\frac{9}{1}$.	

$$\frac{9}{1} \quad \frac{144}{7} \quad \frac{1296}{7} \quad \frac{12}{1}$$

1296 (15 $\frac{3}{7}$ Modii
84 quæſitum.

Ratiocinium pro tertia mola

Horis	Mód.	H.
12	5	20 $\frac{4}{7}$

$$\frac{5}{1} \quad \frac{144}{7} \quad \frac{720}{7} \text{ x } \frac{12}{1}$$

720 (8 $\frac{4}{7}$ Modii. quæſitum.
84

Demonſtratio.

Prima Mola, molit. Mod.	24
Secunda————————	15 $\frac{3}{7}$
Tertia ————————	8 $\frac{4}{7}$.

Summa 48. Quot fuerunt propoſiti, &c.

I

Caput Septimum.

De exemplis Aureæ regulæ in Minutiis.

IN doctrina Arithmetica, multi occurrunt caſus. Data namq;, ſeu cognita & quæſita, Primo continentur numero, vel vulgari eoq; vel fracto, vel integro : vel Algebrico, vel Aſtronomico Secundo, data, & quæſita congruunt proportione, vel Directa, vel converſa ; ſeu potius reciproca, eaque vel ſimplici, vel multiplici, quatuor, vel plurium terminorum.

Hoc in capite, exempla occurrunt in numeris fractis, ſive Minutiis.

I. Reciprocæ proportionis.

Pannus in latitudine habens ulnam unam cum ſemiſſe, in longitudine ulnas ſex, cum ſemiſſe, ſufficit ad veſtimentum comparandum. Quæritur autem, quot ulnas panni ſubductitii Sartor acquiret, cujus latitudo tantum eſt trium quartarum. Reſpondetur ulnas 10 $\frac{1}{2}$.

Tracta-

Tractatio exempli.

In propoſito exemplo, poſt legitimam terminorum diſpoſitionem & reductionem: Secundus terminus, ducatur in primum: Eſt enim ratio terminorum hîc Reciproca. Factus inde $\frac{65}{8}$ dividatur per $\frac{3}{4}$. Quotus dabit quæſitum, ſcilicet ulnas 10 $\frac{5}{6}$. In Abaco ſic eſt.

	Lat.	Lon.	Lat.
Panni	$\frac{5}{4}$	$6\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$.

$$\frac{5}{4} \text{———} \frac{13}{2} \text{——} \frac{65}{8} \times \frac{3}{4}$$

$$\frac{260}{24} \left(10\frac{5}{6} \text{ ulnæ.} \right.$$

II.

Aliud Directæ proportionis.

Quando ulnæ 10 $\frac{1}{2}$ veneunt fl 12 $\frac{3}{8}$ quanti ementur 2 $\frac{3}{4}$ ulnæ. In hoc exemplo, poſt terminorum reductionem: Tertius Ms, ducatur in Secundum Mdm: numerus inde productus 1067, dividatur per Drm $\frac{21}{2}$ Quotus dabit quæſitum fl 3 $\frac{8}{336}$. In Abaco ſic eſt.

pus diebus 6, quot diebus idem abſolvent 4 opifices. Hoc in exemplo ut antecedenti, ratio eſt reciproca, ideoque terminus ſecundus ſi ducitur in primum, & dividitur per tertium, Quotus dat quæſitum, Dies nimirum 3.

In Abaco ſic eſt.

opif	D	opif	D
2.	6.	4.	0

12

4 (3 D.

Aliud. IV.

Quartale Tritici, cum emitur ß 32, panis ſimilaris, ſive triticeus unius nummi, ponderat Lothones 7. quot ponderabit, ſi triticum emptum ſit ß 60. Ut Anno 1628. 629 Reſpondetur. Lothones $3\frac{1}{2}$. pfen. $3\frac{11}{15}$. In Abaco ſic eſt.

ß	loth	ß
32	7	60

6 | $\frac{4}{0}$ ($3\frac{1}{1}$ lothones pfen. $3\frac{11}{15}$ Reductione Reſiduorum lothonum, ad quintulas, per 4; & reduct. Quintularum, ad nummos, per 4.

Aliud V.

Sic opifices 3, perficiunt opus Diebus 20, quot diebus idem perficient opifices 8. Reſpondetur Diebus $7\frac{1}{2}$.

opif	D	opif	D
3.	120.	8.	$7\frac{1}{2}$.

60
8($7\frac{1}{2}$ quæſitum.

Aliud, alterius caſus, de converſionibus rotæ.

Rota, cujus ambitus, ſeu peripheria, reſpectu axis, eſt pedum 30, circumvolvitur ſpacio dierum 30, millies quingenties 1500: Aveo ſcire, quot alterius rotæ ambitus pedum 18, converſiones ſeu revolutiones, eodē temporis ſpacio fiant Reſpondetur bimillę quingentæ 2500. Nota. Quo enim minor eſt Ambitus rotæ, eò plures fiunt converſiones, & contra, &c.

In Abaco ſic eſt.

Ambitus.	Converſio.	Ambi.	Converſ.
30	1500	18	2500

4500 (2500 quæſitum.
18

Dou

Duo alia exempla,

In quibus, principalem quæſtionem, antecedit quæſtio alicujus proportionis.

I.

Architectus quidam, pactus eſt, ædificationem turris pedum 100, progreſſione Arithmetica, libris 100. Ædificatis autem pedibus 84, moritur Architectus præcipitatione improviſa: Hæredes pactam mercedē poſcunt. Quanta illa eſt. Reſpondetur ℔ 70 ß 3. pfen. 10 $\frac{34}{101}$.

Declaratio exempli.

In propoſito exemplo, progreſſio obſcura eſt: Datur enim ſola omnium terminorum ſumma, reticetur terminus primus & differentiæ.

Itaq; de progreſſionis termino 84, dubitatur: dubitatio illa tollitur, theſi progreſſionis, quod nimirum, quilibet terminus, ſui, & omnium antecedentium ſummam, complectitur: & hypotheſi, quod primus terminus ſit una libra æris, id eſt, j ℔. Hinc veritas, concluditur regula Aurea, hac analogia, ℔ 5050, dant

totum precium pactum, librarum 100. Ergo ℔ 3570, dabunt quæſitum precium, termini 84.

Tractatio exempli.

I. Summa terminorum 5050, invenitur compoſitione extremorum ſcilicet 1 & 100, fa. 101. Et multiplicatione per dimidium terminum, 50.

II. Secundo, eodem modo invenitur ſumma 84 terminorum, 3570.

III. Aurea regula concludit: ſicut 5050. ad 100. ſic 3570. ad quæſitum. In Abaco ſic eſt

1 — 100 — 101.
50 50

5050. Terminus I

1 — 84 — 85
42 42

3570. Terminus II

℔.
5050 100 3570

757000 (7 ℔. 13 ß. 10. pfen. $\frac{3}{101}$
5050

Alte.

Alterum exemplum.

Fons Arcis, fiſtulas habet duas: prima, implet lacum horis 4: ſola ſi fluat. Altera lacum evacuat horis XI. ſi prior obſtructa ſit. Si unà & ſimul fluant, quot horis Lacus implebitur? ℞. h $6\frac{2}{7}$.

Declaratio Exempli.

In hoc exemplo primus proportionis terminus ignotus eſt: quot nimirum partes lacus, impleantur una hora. Invenitur is, ſubductione partium vacuationis, à partibus impletionis unius horæ.

Sed hæ inveniuntur ratiocinio temporis totius impletionis, & vacuationis, duarum proportionum. Prima ſic eſt Implens hora una, implet unam quartam $\frac{1}{4}$ lacus: quia horis 4, totum implet.

Vacuans autem, hora una, evacuat $\frac{1}{11}$ quia horis XI. undecim evacuat totum. Iam $\frac{1}{11}$ ſubducta de una quarta $\frac{1}{4}$, relinquit $\frac{7}{44}$ quas partes, implens, implet ambabus fiſtulis fluentibus.

Hinc tandem, tale inſtituitur ratiocinium. Partes 7 lacus implentur hora 1 Ergo totum, id eſt partes 44, implebuntur,

horis $6\frac{2}{7}$. In Abaco ſubductionis exemplum ſic eſt &c.

$\frac{1}{11} \times \frac{1}{4}$ $\frac{11}{4}$ $\frac{7}{44}$ Reli.

P H. P
7. 1, 44.

$\frac{44}{7}$ ($6\frac{2}{7}$ quæſitum.

Caput Septimum.

De Geometrica progreſſione.

Quid ea eſt?

Eſt plurium numerorum, continuè proportionalium, in unam ſummam collectio.

Quis uſus hujus progreſſionis?

Progreſſio hæc, compendium eſt numerandi numeros, inter quos continua eſt, & æqualis proportio, quamvis numerorum differentiæ, ſint inæquales.

Quot

Quot ſunt Geometricæ progreſſionis ſpecies?

Proportionum ſpecies, de quibus Tonſtallus pag. 232, variæ ſunt, ideoque variæ de his traduntur Regulæ.

Exemplum primum, in Numeris duplis continuis.

Ut 3. 6. 12. 24. 48, Quæratur ſumma omnium terminorum.

Regula. I.

In hoc exemplo, terminus primus 3, ſubducatur à poſtremo 48. Reſiduo 45 addatur poſtremus. Summa dabit Quæſitum, hoc eſt, Summam omnium terminorum propoſitorum, ſcilicet 93

Sic.

|3. 6.| 12. 24. 48.|
|——| 3|
|3 |

Reſiduum.	45.
Adde poſtrem.	48.
Summa ——	93

II. Ex-

II.

Exemplum aliud ejuſdem generis, ab unitate initium ſumens.

1 2 4 8 16 32 64

1	1
Reſiduum	63
Term. ultim.	64
Summa	127.

Nota. Atque hæc regula certa eſt, & perpetua, ſicut Aurea, ſive quatuor proportionum regula.

III.

Aliud in Numeris Triplis.

1 3 9 27 81.

In hoc exemplo numerus primus, ut antea, ſubducatur à poſtremo : & reliqui ſemiſſis addatur poſtremo. Aggregatum dabit quæſitum id eſt, numerorum ſummam. In Abaco ſic eſt

1.	3.	9.	27.	81.
				1
Reſid.				80
Semiſſis				40
Summa				121.

Eodem modo in Quadruplis, Reſidui pars tertia, poſt ſubductionem addatur poſtremo termino. Summa dabit quæſitum. Sic

1.	4.	16.	64
			1
Reſid.			63
Reſid. p. 3.			21.
Term. ultim.			64.
Summa quæſita.			85.

Et ſic conſequenter procedendum eſt in infinitum quaſi: ut ſi numerorum progreſſio ſit in ſextuplis, poſt ſubductionem primi ab ultimo termino , Reſidui pars quinta, addenda eſt, termino poſtremo: & nactus fueris optatum. Sic

In Octuplis pars Septima: In Noncuplis pars octava, in decuplis Nona, poſtremo

adii-

adiiciatur termino. Sicque perpetua ſerie, ea pars, quæ denominatur à numero unitate minore, quàm proportionis denominatio ſit, ultimo & poſtremo termino addenda eſt, & Summa colligenda.

Nota. Hæc ex Arithmetica Tonſtalli: Ramus lib. 2 ſuæ Arithmeticæ, omnes has enumeratas ſpeciales, ſub una tantum & generali regula comprehendit, hoc modo hacq; Regula.

Primo, Terminus primus ſubducatur de ſecundo, & primo ſimul: Deinde inſtituatur talis Analogia : ut Reliquus, ſecundi termini, ad terminum primum. ſic reliquus termini ultimi ad quæſitum. Tandem Quoto addatur ultimus. Aggregatum dabit Geometricę progreſſionis Summam , omnium terminorum.

Tantum pro Tyronibus , quorum gratia hæ ſunt collectæ , & ſelectæ quæſtiones: de difficilioribus, Deo annuente, utpote , de continuandis rationibus. De Æquatione: De proprietate continuæ

tinuæ

tinuæ proportionis Geometricæ. De Inventione terminorum progreſſionis Geometricæ: Deq; invenienda Summa progreſſionis Geometricæ, in Scholis Mathematicis diſſerendi locus erit, &c.

Finis

Quæſtionum Arithmeticarum, impoſitus eſt, Anno Salutis humanæ 1629. Die Januarii 31, quo ingreſſus ſum Annum Ætatis Sexageſimum ſextum, &c.

FINIS.

Errata.

PAg. — 18. columna ſecunda dele r. pag — 32 lin. 10, reſpectunt, reſpectu. pag — 35 lin. 4 compoſita, adde ſcilicet pag 58 lin. 17. 3 lege $\frac{3}{4}$ ibidem dele inſequentia (*ſimiliter* $\frac{2}{3}$ *ſunt duæ partes integri diviſi in tres.*) His deletis porro lege. Et $\frac{3}{4}$. &c.

SYNOPSIS

Digitized by Google

SYNOPSIS TERTII SEGMENTI,

CONTINENS

ARITHMETICAM COMPARATIVAM, QUÆ EXPONIT PROPORTIONUM genera & ſpecies.

ARITH-

- Arithmeticæ pars Altera, eſt
  - Numeratio comparativa, cujus
    - Partes duæ
      - Term
        - Antecedens.
        - Conſequens eaq; ſpecta tur in
          - I. Differentia.
            - 2 ad 3 diff. 1.
            - 3 ad 5 diff. 2.
          - II. Ratione.
            - 3 ad 2 $1\frac{1}{2}$ ratio.
            - 5 ad 3. $1\frac{2}{3}$
  - Genera duo
    - Quantitatis
      - Æqualis
      - Inæqualis
    - Qualitatis.
  - Genera Numerandi rationes duo.
    - Additio compoſit
    - ſubduct.
    - Diviſio.
      - In Arithmetica Rationum duo ſpectantur
        - Notatio. $\frac{2}{1}$ rat. dupla. $\frac{3}{1}$ Tripla & $\frac{1}{2}$ Subdup. $\frac{1}{3}$ ſubtrip.
        - Numeratio.

- Exempla Subductionis
  - Sic Ratio Tripla, addita quadruplæ, facit duodecup. 3 — 4 ——— 12
- Diviſionis
  - Ratio ſubdupla, ſubducta, à ratione dupla ſeſquialtera : Relinquitur
  - $\frac{1}{2}$ X $\frac{5}{2}$ — $\frac{10}{2}$ (5. Alter. $\frac{}{1}$ Alter.

F

- Quantitas in æqualis, eſt vel Inæqualitatis
  - I. Majoris, eaq;
    - I. Prima ſeu ſimplex.
      - Multiplex.
      - ſuperparticularis
      - ſuperpartiens
    - II. Conjuncta id eſt, Multiplex.
      - Multiplex ſuper. particularis.
      - Muliplex ſuper-partiens.
  - II. Minoris,

Tantum de numeratione qualitatis Inæqualis, per Additionem & ſubductionem. Sequitur, de ſpeciebus quantitatis Inæqualis.

D E

Comparatione Numerorum in Qualitate, &c.

- **Comparatio numerorum in Qualitate eſt**
  - Similitudinis partium comparationis, diciturque
    - Proportio
      - Diſiuncta
        - Directa.
        - Reciproca.
      - Continua.
    - Diſproportio.
  - Partes proportionis vocantur
    - Termini, ſuntq; bisbini. In Ratione
      - Priore duo, Antec. Conſequens.
      - Poſteriore duo. Antec. Conſequens.
  - Genera proportionum Tria.
    - Arithm.
    - Geom.
    - Harmon.
    - In
      - æqualitate differentiarum.
      - æqualitate Rationum.
  - Proprietates in utraq; duæ ſunt. ſcilicet in
    - Terminis diſiunctis, duæ.
    - Continuis, duæ.

- E continua proportione, eſt Arithmetica
  - Progreſſio, ejus ſpecies
    - Infinitæ ſunt, à Differentiis,
      - Binaria
      - Ternaria.
      - Quaternaria
      - &c.
  - In ea ſpectantur
    - Terminus
      - Optatus, &
      - Summa terminor.
- Geometrica proportio, eſt in rationum æqualitate alia;
  - Diſiuncta,
    - Simplex terminorum Trium.
      - Directa ubi ſpectatur.
        - I. Diſpoſitio terminor.
        - I I. Ratiocinium Regulæ aureæ.
      - Reciproca,
    - Multiplex pluribus Quatuor ut Regula
      - Societatis.
      - Alligationis.
  - Continua
- Geometricæ proportionis proprietates in
  - Diſiunctis duæ,
    - Additionis 3 6 4 8. — 10 — 3 6 4 8. — 24.
    - Multiplicationis. — 11 — 24.
  - Continuis duæ,
    - unde
      - Progreſſio
      - Geometrica ejus
        - partes ſive ſpecies.
    - I. Variæ, ideoq; Variæ de hac Regulæ.
    - II. Finis progreſſionis eſt, compendium numerandi rationes, interquas, continua eſt, & æqualis proportio.

F I N I S.